

Objectifs

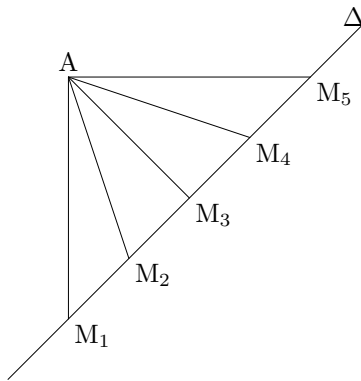
- Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.

1 Distance d'un point à une droite

Définition (Distance point - droite)

Soient A un point et Δ une droite. On appelle distance du point A à la droite Δ , la plus petite des longueurs AM lorsque M parcourt Δ .

★ Exemple : Quelle est la distance entre A et δ ?



La distance minimale semble être la longueur AM_3 .

Lemme 1 : Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus grand des côtés.

Démonstration : Soit ABC , un triangle rectangle en A .

Soit C' le symétrique de C par rapport à A .

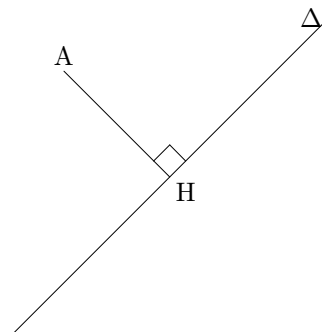
Dans le triangle $CC'B$, l'inégalité triangulaire permet d'écrire que $CC' \leq CB + BC'$.

Comme $CB = CB'$ et $CC' = 2 \times CA$, on obtient : $2 \times CA \leq 2 \times CB$ puis $CA \leq CB$.

De même, $BA \leq CB$. ■

Théorème

Soient A un point et Δ une droite. Soit H , le pied de la perpendiculaire à Δ passant par A . La distance de A à Δ est égale à AH .



Démonstration : Si on place un point M sur Δ , la longueur AM sera plus grande que la longueur AH par application du lemme dans le triangle AHM , rectangle en H . ■