

## Objectifs

- Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.

## 1 Réciproque de la propriété de Pythagore

## Propriété (réciproque de la propriété de Pythagore)

Si les côtés d'un triangle ABC vérifient la relation :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

alors le triangle ABC est rectangle en A.

★ Exemple : Soit ABC un triangle tel que  $AC = 10$ ,  $AB = 6$  et  $BC = 8$ . Le triangle ABC est-il rectangle ?

Le côté le plus long étant AC, si le triangle est rectangle, il l'est en B.

$$AC^2 = 10^2 = 100;$$

$$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

On a l'égalité :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

## 2 Méthodes

## a. Calculer le côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres

On utilise la propriété de Pythagore en respectant la rédaction :

- on cite le triangle rectangle dans lequel on se trouve et on cite en quel point est l'angle droit ;
- on cite la propriété utilisée (« d'après la propriété de Pythagore ») ;
- on écrit l'égalité ;
- on calcule la longueur du côté avec le symbole  $\sqrt{\quad}$  ;
- si une valeur approchée est demandée, on la calcule avec la calculatrice.

## b. Dire si un triangle est rectangle ou non, connaissant la longueur de ses côtés

- on repère le côté qui pourrait être l'hypoténuse (le plus grand côté) ;
- on calcule séparément :
  - le carré du plus grand côté (au brouillon) ;
  - la somme des carrés des deux autres côtés.

Deux cas peuvent se présenter :

## Il y a égalité

- on écrit séparément le calcul du carré du plus grand côté et de la somme des carrés des deux autres côtés ;
- on écrit « on à l'égalité » et écrire l'égalité ;
- on cite la propriété utilisée (« d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ») ;
- on écrit la conclusion : « le triangle est rectangle en ... ».

## Il n'y a pas égalité

- on écrit séparément le calcul du carré du plus grand côté et de la somme des carrés des deux autres côtés ;
- on écrit « on n'à pas l'égalité » et écrire l'inégalité ;
- on cite la propriété utilisée (« d'après la réciproque de la propriété de Pythagore ») ;
- on écrit la conclusion : « le triangle n'est pas rectangle en ... ».

★ Exemple : Soit ABC un triangle tel que  $AC = 11$ ,  $AB = 6$  et  $BC = 8$ . Le triangle ABC est-il rectangle ?

Le côté le plus long étant AC, si le triangle est rectangle, il l'est en B.

$$AC^2 = 11^2 = 121;$$

$$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

On a :  $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$  donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.