ESPACE & GÉOMÉTRIE

10

Le triangle

Connaissances et compétences abordées

- Inégalité triangulaire.
- Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.

ACTIVITÉ 1 Avec des allumettes

L'objectif est de faire découvrir l'inégalité triangulaire en manipulant des allumettes (ou des petit batonnets).

Objectifs : construire des triangles sous contraites.

Phases à partir de la fiche DES TRIANGLES AVEC DES ALLUMETTES.

1) Les élèves, par groupes, disposent de 10 allumettes. Ils doivent construire avec ces allumettes des triangles dont l'un des côté mesure 4 allumettes.

2) Dans la question 2, ils doivent construire des triangles ayant un côté de mesure 6 ou 7, ce qui est impossible car la somme des deux autres côtés mesure alors 4 ou 3 allumettes.

3) Le cas « limite » est abordé : un côté mesure 5 allumettes et le triangle est plat.

4) Enfin, un petit problème ouvert consiste à trouver tous les triangles à mesures entières dont le périmètre vaut 15 cm.

Source : Mathématiques Collection Myriade, e, Bordas 2010.

DÉBAT 2 Les instruments de navigation astronomique anciens


Astrolabe


Sphère armillaire


Boussole


Octant


Sextant

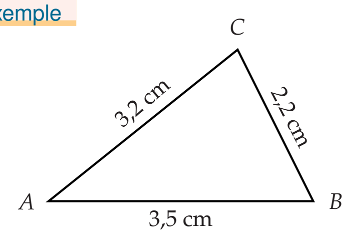
Trace écrite

1. Inégalité triangulaire

PROPRIÉTÉ : Inégalité triangulaire

Dans un triangle la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés. S'il y a égalité, alors les trois points sont alignés et la triangle est « plat ».

Exemple



Correction

Dans le triangle ABC, on a :

- $AC = 3{,}2\,\text{cm}$ et $AB + BC = 5{,}7\,\text{cm}$ donc $AC \leqslant AB + BC$;
- $CB = 2{,}2\,\text{cm}$ et $CA + AB = 6{,}7\,\text{cm}$ donc $CB \leqslant CA + AB$;
- $BA = 3{,}5\,\text{cm}$ et $BC + CA = 5{,}4\,\text{cm}$ donc $BA \leqslant BC + CA$.

REMARQUE : dans la pratique, on vérifie seulement que la longueur du plus grand côté est bien plus grande que la somme des longueurs des deux autres côtés.

2. Construction de triangles

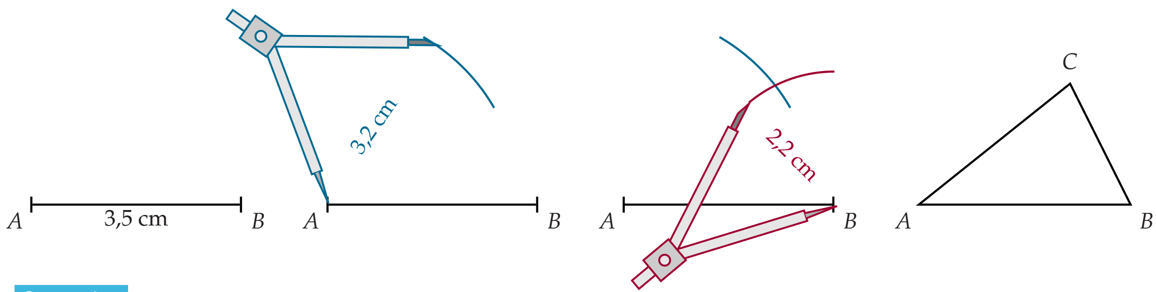
Pour construire un triangle, il faut au minimum trois données :
- soit trois longueurs ;
- soit deux longueurs et l'angle compris entre les segments correspondants aux longueurs données ;
- soit une longueur et les deux angles adjacents au segment correspondant à la longueur donnée ;
- si on a trois angles, on pourra construire un triangle mais il ne sera pas unique : tous les triangles seront semblables (des agrandissements ou des réductions du même triangle).

MÉTHODE 1 Construction d'un triangle connaissant trois longueurs

Pour construire un triangle ABC dont on connaît les longueurs des trois côtés :

- on trace à la règle graduée l'un des côtés (en général le plus grand), par exemple $[AB]$;
- on trace un arc de cercle de centre A et de rayon AC ;
- on trace un arc de cercle de centre B et de rayon BC ;
- le point C se situe à l'intersection des deux arcs de cercle.

Exercice d'application Tracer le triangle ABC tel que : $AB = 3{,}5\,\text{cm}$; $BC = 2{,}2\,\text{cm}$ et $CA = 3{,}2\,\text{cm}$.



Correction

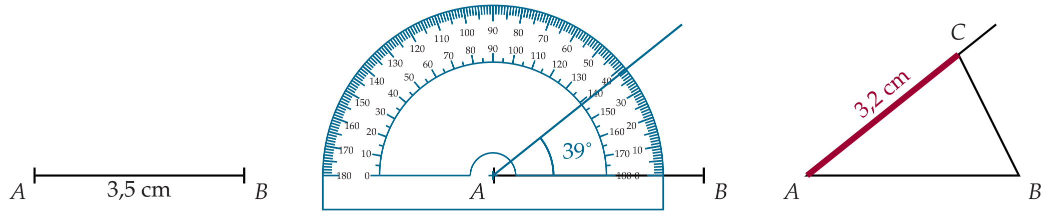
REMARQUE : on a deux choix de construction pour C, d'un côté ou de l'autre du segment.

MÉTHODE 2 Construction d'un triangle connaissant deux longueurs et un angle

Pour construire un triangle ABC dont on connait la longueur de deux côtés ainsi que l'angle entre ces cotés :

- on trace à la règle graduée l'un des côtés donnés, par exemple $[AB]$;
- on trace au rapporteur l'angle donné à partir du segment tracé ;
- on trace à la règle graduée ou au compas le deuxième segment de longueur donnée le long du support de l'angle tracé juste avant ;
- le point C se trouve à l'extrémité de ce segment.

Exercice d'application Tracer le triangle ABC tel que : $AB = 3{,}5\,\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 39°$ et $CA = 3{,}2\,\text{cm}$.



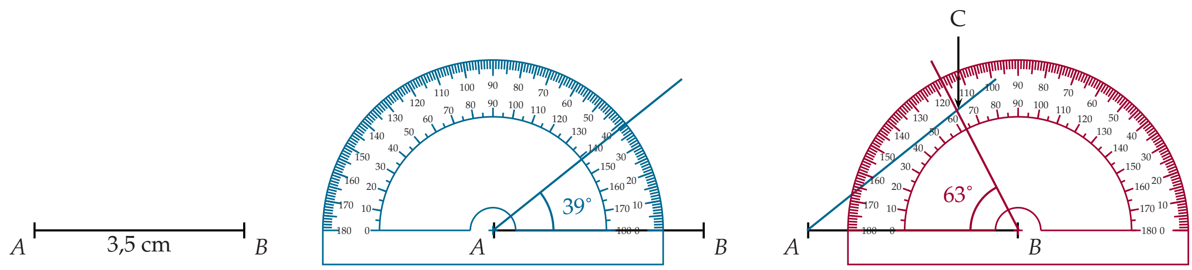
Correction

MÉTHODE 3 Construction d'un triangle connaissant une longueur et deux angles

Pour construire un triangle ABC dont on connait la longueur d'un côté ainsi que les deux angles adjacents :

- on trace à la règle graduée le côté donné ;
- on trace au rapporteur les deux angles donnés à partir du segment tracé ;
- les deux demi-droites tracées au rapporteur se coupent en le troisième point.

Exercice d'application Tracer le triangle ABC tel que : $AB = 3{,}5\,\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 39°$ et $\widehat{ABC} = 63°$

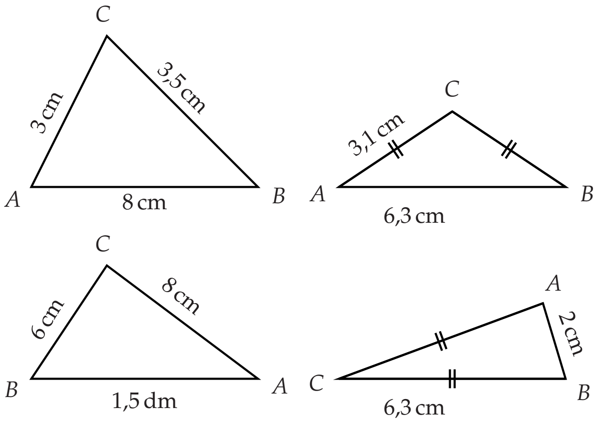


Correction

Entraînement

Inégalité triangulaire

1 Ces triangles sont-ils constructibles ?



2 Choisir trois nombres du tableau (chacun une fois) correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle :

1) non constructible ; **3)** isocèle ;
2) quelconque ; **4)** de périmètre 13 cm.

8 cm	5 cm	12 cm	2 cm
10 cm	12 cm	15 cm	10 cm
9 cm	3 cm	5 cm	7 cm

3 Un segment $[AB]$ mesure 7 cm. Construire sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q et R du même côté de (AB), vérifiant les conditions ci-dessous.

1) $AM = 6$ cm et $BM = 4,5$ cm.
2) $AN = 4,8$ cm et $BN = 2,2$ cm.
3) $AP = 5$ cm et $BP = 12$ cm.
4) $AQ = 3,1$ cm et $BQ = 3$ cm.
5) $AR = 11$ cm et $BR = 4$ cm.

4 Le périmètre d'un triangle est 18 cm. Ce triangle peut-il avoir un côté. . .

1) de 7 cm ? Justifier. **3)** de 10,5 cm ? Justifier.
2) de 6,4 cm ? Justifier. **4)** de 9 cm ? Justifier.

Construction de triangles

5 Construire en vraie grandeur les triangles suivants vérifiant :

1) $MN = 4,5$ cm, $MO = 7$ cm et $\widehat{NMO} = 48°$.
2) $\widehat{FDE} = 45°$, $DE = 8$ cm et $\widehat{FED} = 28°$.
3) $AB = 4$ cm, $AC = 6,7$ cm et $\widehat{BAC} = 132°$.

6 Après avoir effectué les calculs nécessaires, tracer chacun des triangles suivants en vraie grandeur.

1) Le triangle EFG tel que
$EF = 7,5$ cm, $\widehat{EFG} = 49°$et $\widehat{EGF} = 72°$
2) Le triangle RST isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que $ST = 4$ cm.
3) Le triangle OCI isocèle en I tel que : $CO = 4,5$ cm et $\widehat{CIO} = 30°$.

Défis

7 On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64°et 46°.

1) Faire un dessin à main levée de ce triangle et calculer la mesure de son troisième angle.
2) Tracer un segment $[DE]$ mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$et $\widehat{AED} = 23°$(on a pris les moitiés de 64°et 46°).
3) Place un point B sur le segment $[DE]$ à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment $[DE]$ à égale distance de A et E. Indiquer la nature des triangles ABD et ACE.
4) Calculer les mesures des angles de ABD et ACE.
5) Démontrer que le périmètre et les angles du triangle ABC correspondent bien à ceux du triangle cherché.

8 Hajar a trouvé un triangle intéressant dont tous les angles ont pour mesure un entier pair (c'est-à-dire multiple de 2) : 44°, 66°et 70°.

1) Trouver un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.
2) En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 : 45°, 51°et 84°. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.
3) Continue les recherches de Hajar en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.
4) Cela est-il possible avec tous les nombres entiers ? Justifier.

Source : Sesamath, le manuel 5e. Génération 5 - 2013

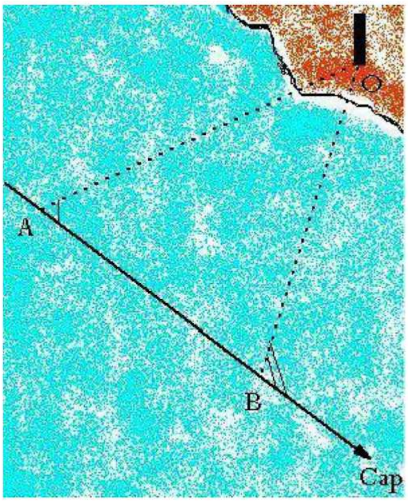
Navigation côtière : trouver sa distance à un amer

Connaissances : angles, angles supplémentaires, somme des angles du triangle, triangle isocèle, vitesse.

Compétences : utiliser le calcul littéral, démontrer, appliquer une formule.

.**Questions** : **calculer**.

Sources : http://samsblues.free.fr/Navigation/routes.html



Un bateau navigue le long de la côte. Le navigateur connaît la vitesse de son bateau mais il doit aussi s'informer sur la distance qui le sépare de cette côte. Pour cela, il note l'heure et prend un premier "**gisement**" avec un point de repère (**amer**) proche du rivage, puis, gardant une vitesse et un cap constant, il attend le moment où cet angle double, il note à nouveau l'heure. Il connaît alors la distance qui le sépare du point visé !
Ceci s'explique grâce à la propriété géométrique suivante.

Les angles en A et B sont les gisements, AB est la distance parcourue par le bateau.
Quand l'angle en B vaut le double de l'angle en A (doublement de l'angle d'étrave) alors on a OB = AB.

Pouvez-vous donner une preuve de cette propriété géométrique ?

Utilisation : si la mesure de l'angle en A donne 50°, que le bateau avance à 5 nœuds et qu'il atteint le point B 30 min plus tard, à quelle distance se trouve-t-il alors du point de repère ?

Informations utiles :
- « En navigation, le **gisement** est l'angle formé entre l'axe longitudinal (ou ligne de foi) d'un navire et la direction d'un point extérieur. » (*Wikipedia).*
- Un nœud = 1,852 km/h

Source : Enseigner les mathématiques en 5e : les angles, p.77-787 - IREM de Poitiers, 2014.

DES TRIANGLES AVEC DES ALLUMETTES

Prénom ....

Devant vous, vous avez 10 allumettes. Pour chacune des questions suivantes, faire la construction si elle est possible avec des allumettes puis faire un dessin pour schématiser la situation.

1) a) Aligner 4 allumettes en les plaçant les unes à côté des autres.

b) À partir de ce segment de longueur 4 allumettes, construire un triangle dont les deux autres côtés ont pour longueur 3 allumettes.

c) En utilisant les 10 allumettes, construire un triangle différent du précédent dont un des côtés a pour longueur 4 allumettes. Quelles sont les longueurs de ses côtés ?

2) En utilisant les 10 allumettes, est-il possible de construire un triangle dont un des côtés a pour longueur 6 allumettes ? 7 allumettes ? Expliquer.

3) En utilisant les 10 allumettes, peut-on construire un triangle dont un côté a pour longueur 5 allumettes ? Que constate-t-on dans ce cas ?

4) On veut maintenant construire un triangle de périmètre 15 cm et dont les côtés ont pour longueur un nombre entier de centimètres. Donner toutes les solutions possibles.