NOMBRES & CALCULS

14

Distributivité simple

Connaissances et compétences abordées

- Utiliser la distributivité simple pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$ où a et b sont des décimaux.

ACTIVITÉ 1 Chocolat

Objectifs : Découvrir la distributivité simple pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$ où a et b sont des nombres décimaux.

Phases à partir de la fiche Chocolat.

1) Les deux premières questions demandent aux élèves de calculer de deux manières différentes des masses de chocolats, cela introduit deux écritures : l'une avec des parenthèses (forme factorisée) et l'autre sans parenthèse (forme développée).

2) La troisième question est une formalisation en une expression littérale menant à l'égalité

$$« ax + bx = (a + b)x »$$

DÉBAT 2 Polysémie

La **polysémie** est la caractéristique d'un mot ou d'une expression qui a plusieurs sens ou significations différentes. En mathématique, on utilise régulièrement des mots qui n'ont pas forcément le même sens qu'en français par exemple.

Le mot **facteur** ne déroge pas à cette règle : étymologiquement, il vient du latin « factir », celui qui fait. Le facteur que nous utilisons en mathématiques désigne un terme d'un produit, et le facteur que nous connaissons le mieux est certainement la personne distribuant le courrier, mais à l'origine, le facteur est un fabriquant d'instruments de musique. Enfin, le terme facteur s'utilise aussi en économie ou en biologie pour mentionner un élément important qui concourt à un résultat.

Trace écrite

1. Distributivité simple

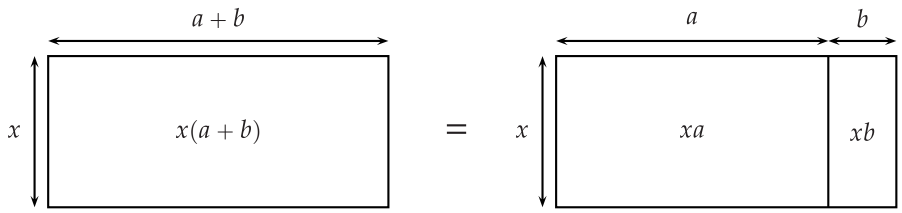
PROPRIÉTÉ

Le produit d'un nombre par une somme est égal à la somme des produits de ce nombre par chacun des termes de la somme :

$$x \times (a+b) = x \times a + x \times b \qquad \text{ou} \qquad x(a+b) = xa + xb$$

Le produit d'un nombre par une différence est égal à la différence des produits de ce nombre par chacun des termes de la différence :

$$x \times (a-b) = x \times a - x \times b \qquad \text{ou} \qquad x(a-b) = xa - xb$$



Exemple

Calculer en ligne $8 \times (12+7)$ et $17 \times (100-1)$.

Correction

$8 \times (12+7) = 8 \times 12 + 8 \times 7 = 96 + 56 = 152$.

$17 \times (100-1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$.

2. Simplification d'écritures littérales

Par commutativité, on peut transformer la propriété de distributivité selon les trois formes suivantes :

$$\boxed{x(a+b) = xa + xb} \qquad \boxed{(a+b)x = ax + bx} \qquad \boxed{ax + bx = (a+b)x}$$

Ces différentes forment nous permettent de simplifier des écritures ou d'effectuer des calculs plus simplement :

Exemple

$\boxed{13} \times 102 = \boxed{13} \times (100+2) = \boxed{13} \times 100 + \boxed{13} \times 2 = 1\,300 + 26 = 1\,326$.

$5\boxed{x} + 3\boxed{x} = (5+3)\boxed{x} = 8\boxed{x}$

$18\boxed{t} - 5\boxed{t} = (18-5)\boxed{t} = 13\boxed{t}$

factoriser

on a enlevé des parenthèses $\quad ax+bx = (a+b)x \quad$ on a mis des parenthèses

développer

Factoriser

1 Entourer en couleur le facteur commun de chaque expression, la factoriser puis calculer mentalement.

1) $83 \times 72 + 83 \times 28$
2) $36 \times 13 - 36 \times 5$
3) $98 \times 26 + 98 \times 4$
4) $16 \times 44 - 6 \times 44$

2 On considère l'expression suivante :
$A = 97 \times 27 + 3 \times 27$

1) En respectant les priorités opératoires, effectuer le calcul de A sans calculatrice.
2) Factoriser A puis calculer sa valeur toujours sans calculatrice.
3) Des questions 1) et 2), quelle est la méthode la plus simple pour calculer l'expression A ?
4) Calculer sans calculatrice $B = 1\,215 \times 47 - 47 \times 215$.

3 Factoriser chaque expression puis en donner une écriture simplifiée si nécessaire.

1) $A = 6 \times b + 6 \times d$
2) $B = 3 \times 4 + g \times 4$
3) $C = p \times 8 - p \times 4$
4) $D = s \times 7 - 4 \times 7$
5) $E = 6 \times a + 6 \times z$
6) $F = k \times 5 + k \times t$
7) $G = 9 \times q - 8 \times q$
8) $H = 3{,}5\,s - 3{,}3\,s$

4 Faire apparaître un facteur commun puis factoriser l'expression.

1) $12 + 6a$
2) $24c + 12$
3) $3x - 15$
4) $21 - 7g$
5) $18b + 99c$
6) $7x - 14y$

5 Voilà un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Calculer son double et son triple.
- Ajouter les deux nombres obtenus.
- Diviser le résultat par dix.

1) Appliquer ce programme de calcul en prenant comme nombre de départ 4 puis 15,4.
2) Que remarque-t-on ? Montrer que la remarque reste vraie quel que soit le nombre x de départ choisi.
3) Écrire un programme de calcul qui permet d'obtenir pour un nombre donné le triple de ce nombre en au moins quatre étapes.
4) Appliquer ce programme de calcul en prenant comme nombre de départ 4 puis 15,4.
5) Effectuer le programme de calcul en choisissant x pour nombre de départ.

Développer

6

1) Sans calculatrice, effectuer le calcul suivant :
   $E = 33 \times 103$.
2) Décomposer le nombre 103 comme une somme de deux nombres simples puis développer l'expression E et effectuer les calculs.
3) Des questions 1) et 2)., quelle est la méthode la plus simple pour calculer l'expression E ?

7 On donne : $197 \times 17 = 3\,349$ et $197 \times 4 = 788$.
Calculer sans poser de multiplication :

1) $A = 197 \times 21$
2) $B = 197 \times 13$
3) $C = 197 \times 34$
4) $D = 197 \times 51$
5) $E = 197 \times 9$
6) $F = 197 \times 42$

8 Développer chaque expression puis en donner une écriture simplifiée.

1) $A = 5 \times (a + 9)$
2) $B = 3 \times (10 + b)$
3) $C = (11 + c) \times 7$
4) $D = 2 \times (a - 4)$
5) $E = (9{,}3 - c) \times 5$
6) $F = 4 \times (a + b)$

9 Voilà un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Calculer son triple.
- Ajouter 5
- Doubler le résultat obtenu.

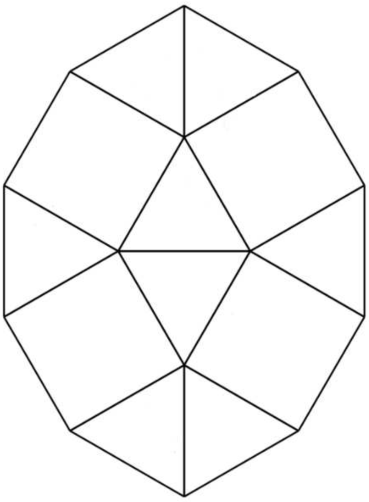
1) Appliquer ce programme de calcul en prenant comme nombre de départ 4 puis 1,5.
2) Effectuer ce programme pour un nombre x de départ et écrire une expression simplifiée du résultat en fonction de x.
3) Utiliser cette expression pour calculer le résultat obtenu à partir du nombre $\frac{7}{2}$ puis du nombre 0.

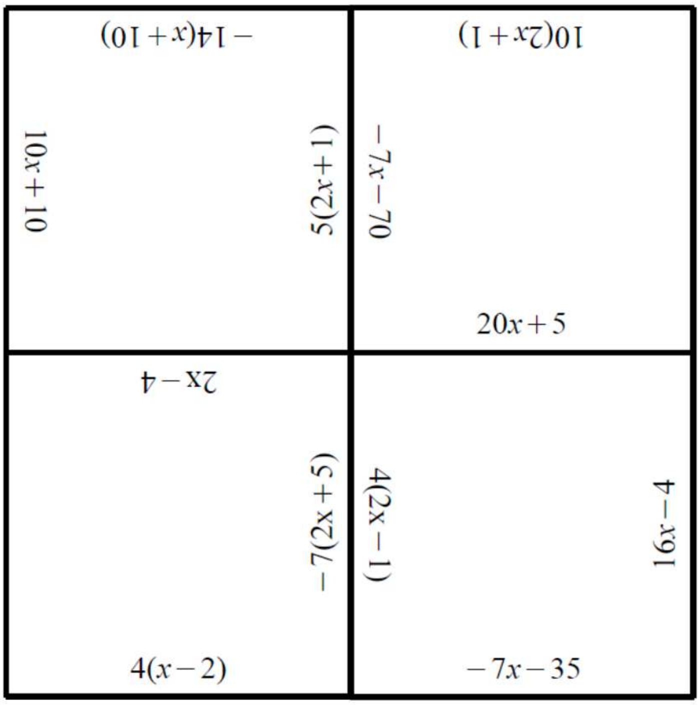
Source : d'après Les cahiers Sésamath 5e. Magnard-Sésamath 2017.

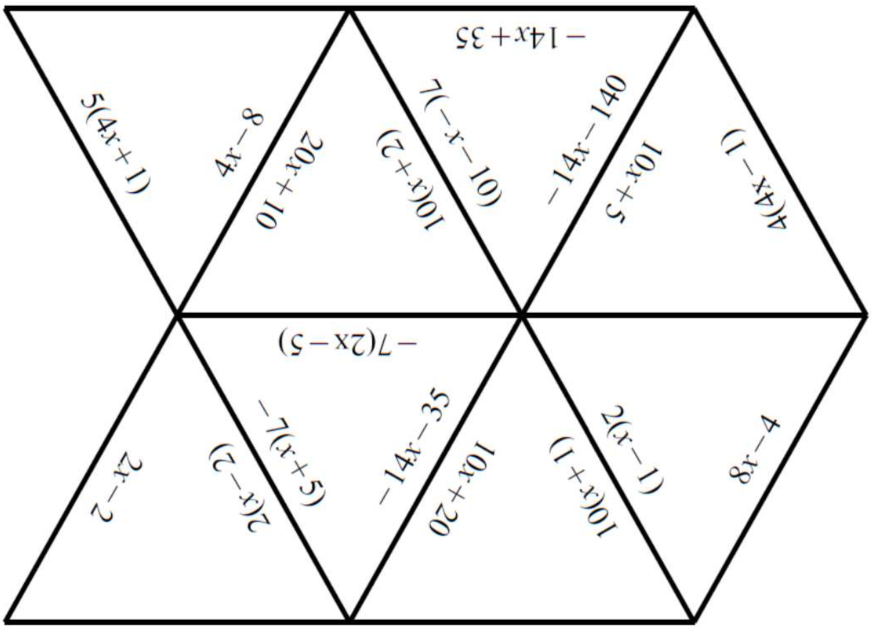
Récréation, énigmes

Découper les 12 pièces du puzzle et les assembler de telle sorte que les expressions face à face soient égales. Coller le puzzle sur votre cahier.

La forme à obtenir est celle ci-dessous :





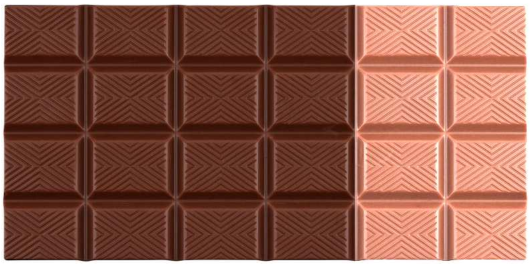


Source : monclasseurdemaths.fr

CHOCOLAT

Prénom ....

Un chocolatier expérimente une nouvelle tablette de chocolat pour son magasin : celle-ci est composée de rangées de chocolat dont le cacao vient de côte d'ivoire (CI) et d'un tout nouveau chocolat du Brésil (BR), un peu plus clair. Sa tablette représentée ci-dessous est composée de 64 grammes de chocolat CI et de 32 g de chocolat BR.



1) Il fait un premier test sur 20 tablettes de chocolat qu'il distribue à ses amis pour la tester.
Combien a-t-il besoin de chocolat en tout : trouver deux manières de calculer la masse des 20 tablettes et écrire les deux calculs *(aide : on peut utiliser des parenthèses dans l'un des calculs)*.

Calcul 1 : ____

Calcul 2 : ____

2) Ses amis trouvent qu'il n'y a pas de chocolat CI, il propose donc un deuxième test sur 35 tablettes de chocolat, mais en utilisant cette fois-ci 56 g de chocolat CI et 40 g de chocolat BR.
Combien a-t-il besoin de chocolat en tout ?

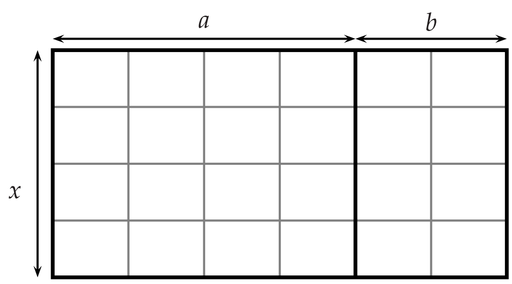
Calcul 1 : ____

Calcul 2 : ____

3) Pour pouvoir effectuer ses calculs plus rapidement, il décide de trouver une formule algébrique qui lui permette de calculer le nombre de carreaux de chocolat dont il aura besoin.

On note :

- a le nombre de rangées de chocolat CI ;
- b le nombre de rangées de chocolat BR ;
- x le nombre de lignes de chocolat.



a) Donner deux expressions algébriques permettant de calculer le nombre total de carreaux de chocolat.

Calcul 1 : ____

Calcul 2 : ____

b) Sachant que le nombre de carreaux est le même dans les deux expressions, écrire l'égalité qui résulte de ces deux calculs.