

La symétrie centrale

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Transformer une figure par symétrie centrale.
- ▶ Comprendre l'effet d'une symétrie centrale sur une figure (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles).
- ▶ Identifier des symétries dans des pavages.

ACTIVITÉ 1 Le bonhomme inversé

Le but de l'activité est de découvrir la symétrie centrale comme demi-tour à partir de la composée de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires.

Objectifs : transformer une figure par symétrie axiale; observer l'effet de deux symétries axiales.

Phases à partir de la fiche LE BONHOMME INVERSÉ.

- 1) Dans les deux premières questions, il s'agit de réinvestir la notion de symétrie centrale : les élèves construisent l'image symétrique d'un même bonhomme par rapport à un axe vertical, puis horizontal.
- 2) Le résultat correspond à la symétrie centrale de centre O , c'est à dire un demi-tour. Les troisième et quatrième questions proposent de réfléchir sur la manière de passer du bonhomme à son image. On introduit la notion de « symétrie centrale » par rapport à un point.
- 3) La dernière question propose de construire le symétrique du bonhomme vert par rapport à O de manière directe. On peut ensuite commencer à conjecturer des propriétés de la symétrie centrale sur le parallélisme, la perpendicularité, les angles et les longueurs.

Source : À la découverte de la symétrie centrale, Nathalie Bernard, IREM de Lille.

DÉBAT 2 Pavages

Exemple de pavages interactifs sur le site de Thérèse Eveilleau : *Mathématiques magiques*.

1. La symétrie centrale

■ DÉFINITION : Symétrie centrale

Le point M' est l'image du point M par la **symétrie de centre** O lorsque le point O est le milieu du segment $[MM']$.

MÉTHODE 1 Construire le symétrique d'un point par symétrie centrale

Pour construire le symétrique d'un point M par la symétrie centrale de centre O :

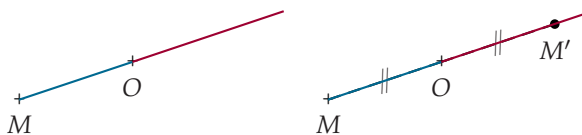
- tracer la demi-droite $[MO)$;
- reporter la longueur MO de l'autre côté du point O ;
- placer le point M' symétrique de M par rapport à O .

Exercice d'application

Tracer le point M' , symétrique du point M par rapport à O .

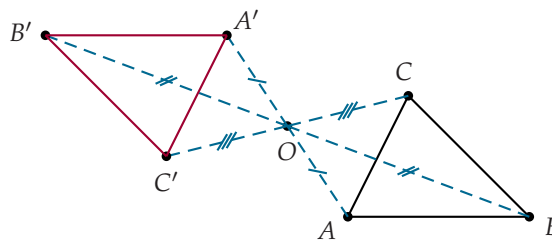


Correction



REMARQUE : transformer une figure par symétrie centrale de centre O revient à lui faire faire un demi-tour autour de ce point.

Pour tracer la figure symétrique d'une figure par la symétrie centrale de centre O , il faut construire le symétrique de chacun des points qui la compose.

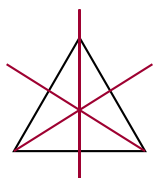


2. Centre de symétrie

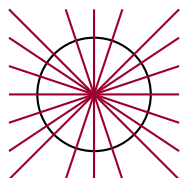
■ DÉFINITION : Centre de symétrie

Si une figure \mathcal{F} est transformée en elle-même par la symétrie centrale de centre O , alors O est le **centre de symétrie** de la figure \mathcal{F} .

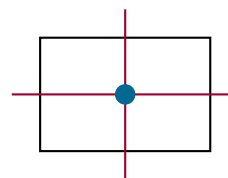
Exemple Si une figure possède un centre de symétrie, alors il est unique.



3 axes de symétrie
0 centre de symétrie



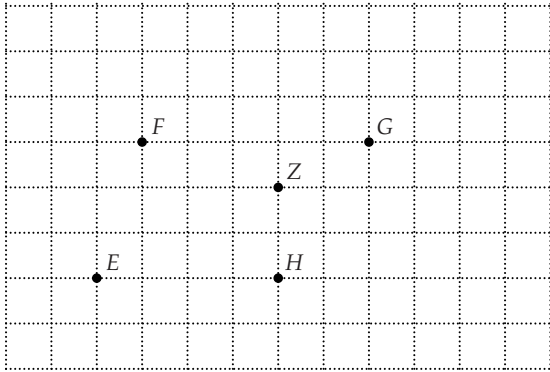
∞ axes de symétrie
1 centre de symétrie



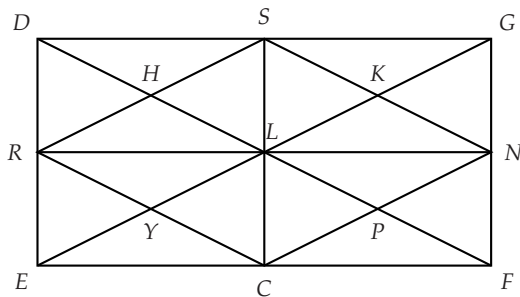
2 axes de symétrie
1 centre de symétrie

Construction de symétriques

1 Construire les points E', F', G' et H' symétriques respectifs de E, F, G et H par rapport au point Z .

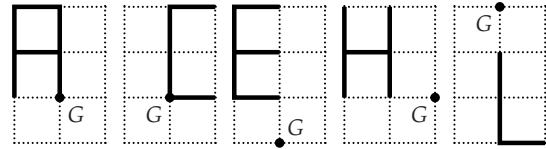


2 Sur la figure ci-dessous, $DEFG$ est un rectangle de centre L . Les points R, C, N et S sont les milieux respectifs des côtés $[DE], [EF], [FG]$ et $[GD]$.

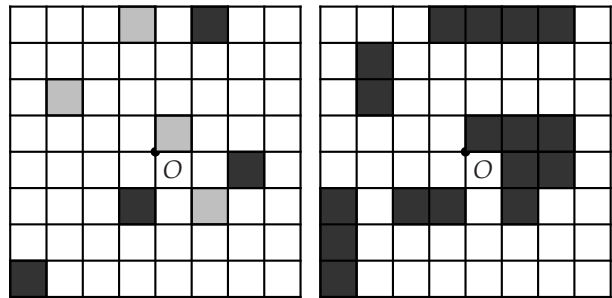


- 1) Colorier en jaune le triangle DHS .
- 2) Colorier en rouge le symétrique du triangle DHS par rapport à (RN) .
- 3) Colorier en orange le symétrique du triangle DHS par rapport à (SC) .
- 4) Colorier en bleu le symétrique du triangle DHS par rapport à H .
- 5) Colorier en vert le symétrique du triangle DHS par rapport à L .

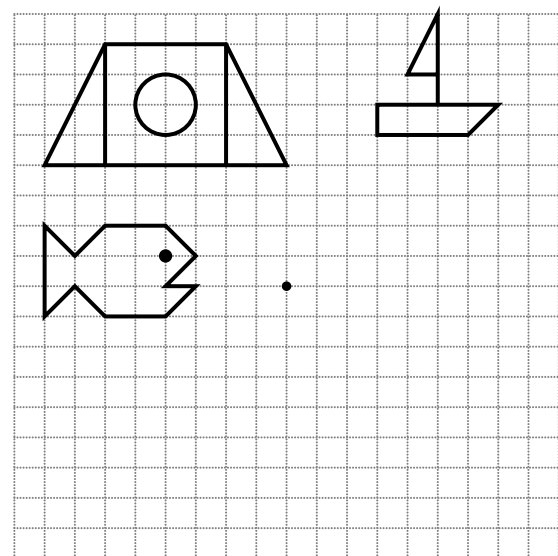
3 Dans chaque cas, reproduire la lettre sur le cahier et construire symétrique par rapport au point G .



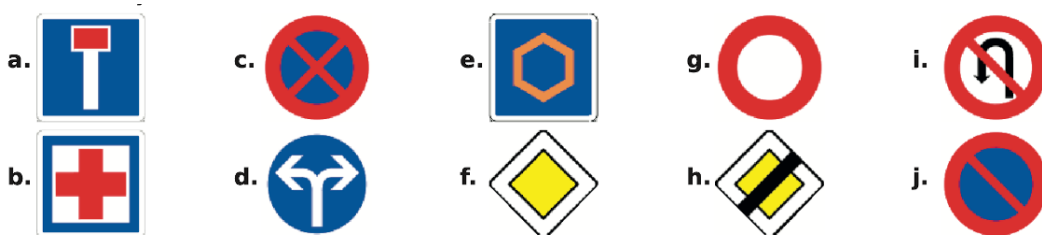
4 Colorier le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



5 Tracer la figure symétrique de toutes les figures par rapport au point O .

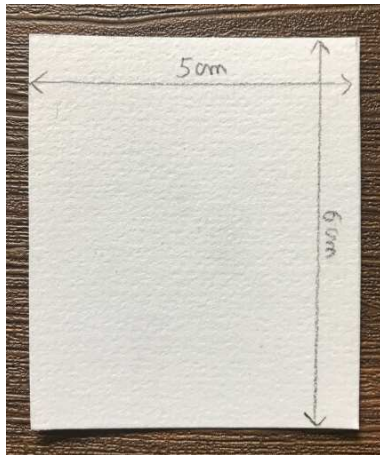


6 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, tracer le ou les axes et/ou centre de symétrie.



Pavage du plan rectangulaire

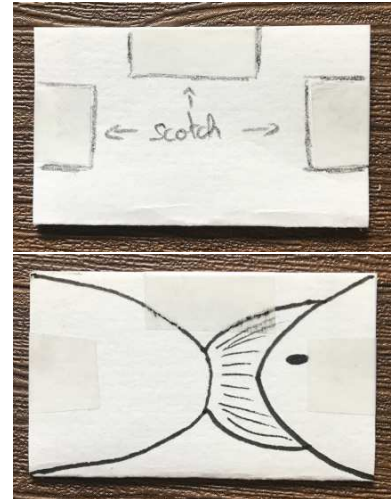
Un pavage du plan est une portion de plan sur laquelle un motif de base se répète par isométrie (transformation du plan qui conserve les longueurs) tel que les motifs ne se recouvrent pas et ne laissent pas de « trous ». La symétrie centrale est une isométrie. Nous allons composer un pavage à partir d'un motif.



1) Découper dans une feuille de papier canson un rectangle de 5 cm sur 6 cm.

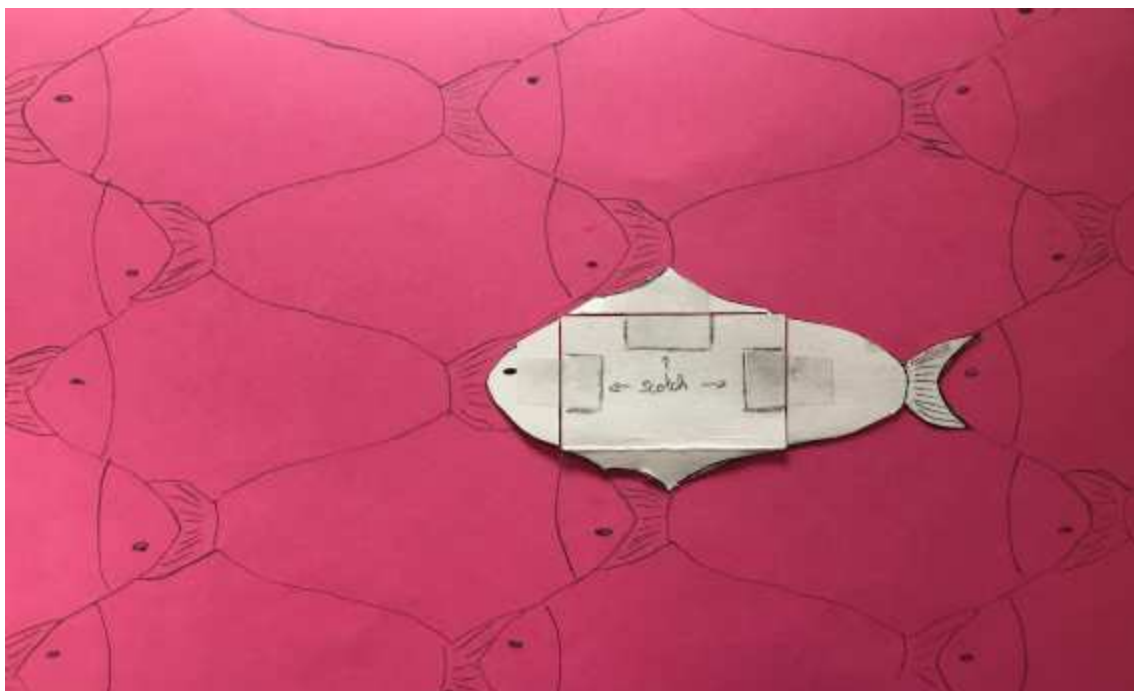
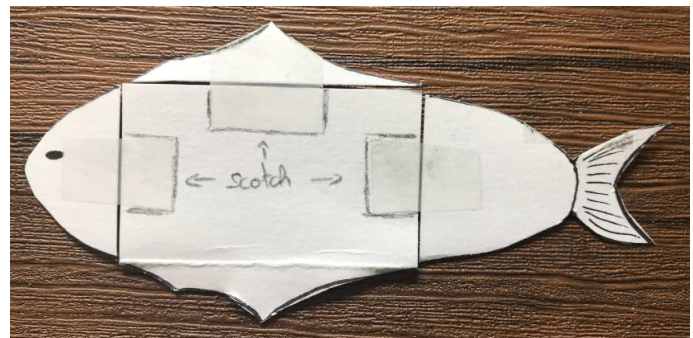
2) Plier le rectangle en deux dans le sens de la largeur et placer trois petits bouts de scotch sur les trois côtés qui ne sont pas attachés.

3) Dessiner une forme qui ressemble à un poisson en deux morceaux.



4) Découper selon les traits en commençant par les coins laissés sans scotch puis ouvrir afin d'obtenir la forme du poisson.

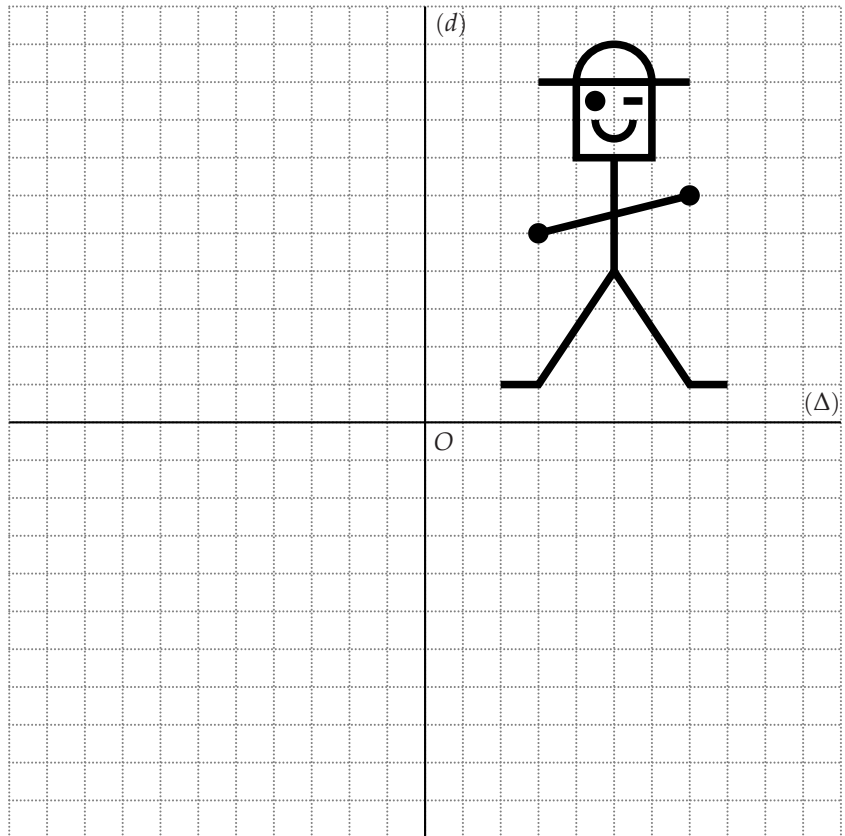
5) Grâce à ce gabarit, dessiner un pavage de poissons sur une feuille unie en passant de l'un à l'autre par symétrie centrale de manière à remplir toute la feuille.



LE BONHOMME INVERSÉ

Prénom

- 1) Construire en vert le symétrique du bonhomme par rapport à la droite (d) .
- 2) Construire en rouge le symétrique du bonhomme vert par rapport à la droite (Δ) .
- 3) Reproduire sur du papier calque le bonhomme noir et le point O .
- 4) En s'aidant du calque, sans plier, trouver comment passer du bonhomme noir au bonhomme rouge.
- 5) Sans utiliser les bonhommes noir et rouge ni les droites (d) et (Δ) , construire en bleu l'image du bonhomme vert par la symétrie centrale de centre O .



LE BONHOMME INVERSÉ

Prénom

- 1) Construire en vert le symétrique du bonhomme par rapport à la droite (d) .
- 2) Construire en rouge le symétrique du bonhomme vert par rapport à la droite (Δ) .
- 3) Reproduire sur du papier calque le bonhomme noir et le point O .
- 4) En s'aidant du calque, sans plier, trouver comment passer du bonhomme noir au bonhomme rouge.
- 5) Sans utiliser les bonhommes noir et rouge ni les droites (d) et (Δ) , construire en bleu l'image du bonhomme vert par la symétrie centrale de centre O .

