

Le parallélogramme

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique).
- ▶ Mettre en oeuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.

ACTIVITÉ 1 **Activité**

Le but de cette activité est la (re)découverte des propriétés de certains quadrilatères par rapport à leurs côtés et leurs diagonales.

Objectifs : connaître et reconnaître des figures géométriques à quatre côtés ; donner des propriétés de ces figures.

Phases à partir de la fiche LES BANDELETTES.

- 1) Dans la première partie, les élèves construisent deux bandelettes qui permettront par la suite de construire des quadrilatères particuliers.
- 2) Dans la première question de la deuxième partie, les élèves observent des rectangles formés grâce aux bandelettes et doivent retrouver les propriétés caractéristiques : diagonales égales, côtés égaux deux à deux, angles droits... Le cas particulier du carré est abordé.
- 3) Dans la deuxième question, le squelette permet de construire des parallélogrammes, les élèves ont vu une première approche de ce quadrilatère en sixième mais ne connaissent pas nécessairement toutes les propriétés. L'objectif ici est de conjecturer des propriétés caractéristiques. Le cas particulier du losange est abordé.

Source : inspirée du site de Dominique Pernoux.

DÉBAT 2 **Vocabulaire**

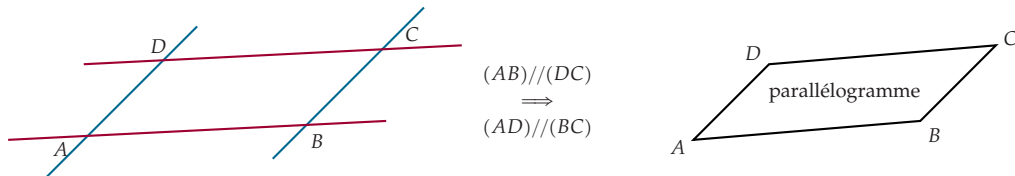
Le mot **quadrilatère** provient du latin : *quatuor*, quatre, et *latus*, côté. Il existe un mot équivalent d'origine grecque : **tétrapleure** de *tèssera*, quatre, et *pleura*, côté ou **tétragone**, de *gônia*, angle.

Comme pour les triangles, les quadrilatères peuvent être particuliers selon qu'ils ont certaines propriétés : parmi ceux-ci, on peut trouver par exemple la famille des trapèzes, des parallélogrammes, des rectangles, des losanges, des carrés ou encore des cerfs-volant.

1. Qu'est-ce qu'un parallélogramme ?

■ DÉFINITION : Parallélogramme

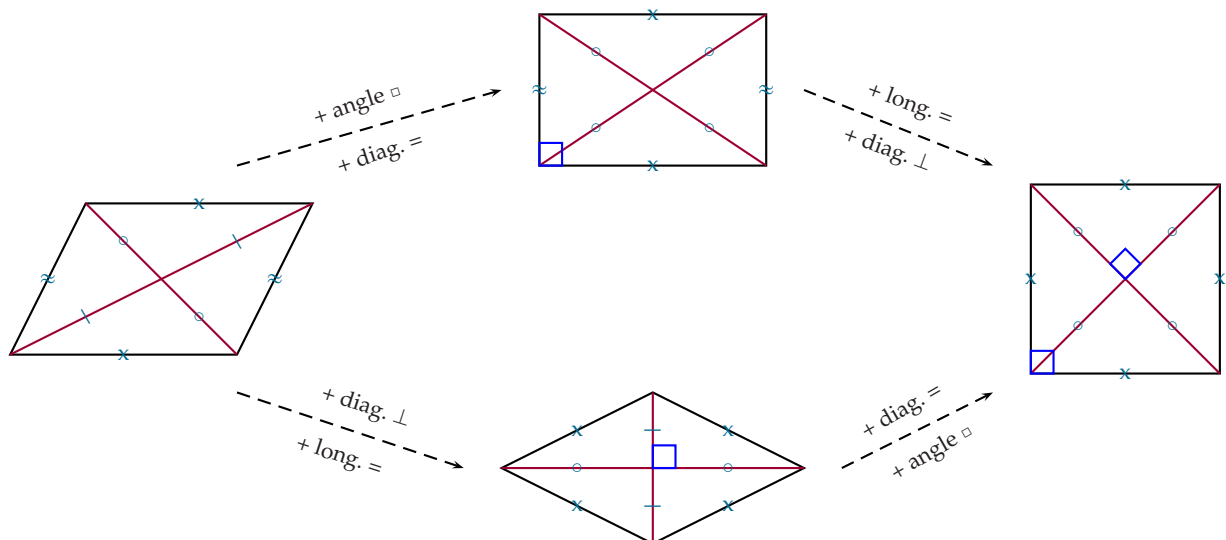
Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés sont deux à deux parallèles.



Autres caractéristiques d'un parallélogramme :

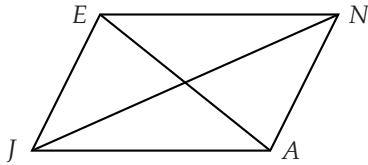
	<p>PROPRIÉTÉ 1 Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.</p>	<p>Ici, $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu, donc, $ABCD$ est un parallélogramme.</p>
	<p>PROPRIÉTÉ 2 Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur deux à deux alors c'est un parallélogramme.</p>	<p>Ici, $AB = DC$ et $AD = BC$, donc, $ABCD$ est un parallélogramme.</p>
	<p>PROPRIÉTÉ 3 Un parallélogramme possède un axe de symétrie : son centre O. Les angles opposés sont donc égaux.</p>	<p>Ici, $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$.</p>

2. Parallélogrammes particuliers



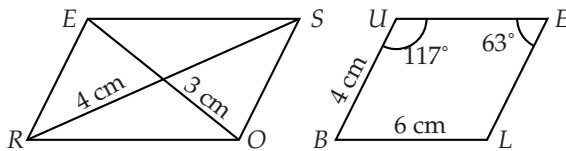
Propriétés des parallélogrammes

1 On considère le parallélogramme *JANE* suivant :



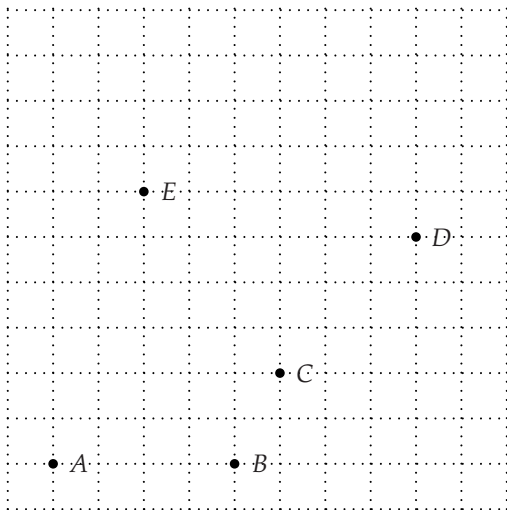
Coder un maximum d'informations sur la figure.

2 Dans les parallélogrammes *ROSE* et *BLEU* suivants, compléter toutes les mesures possibles.



Construction de parallélogramme

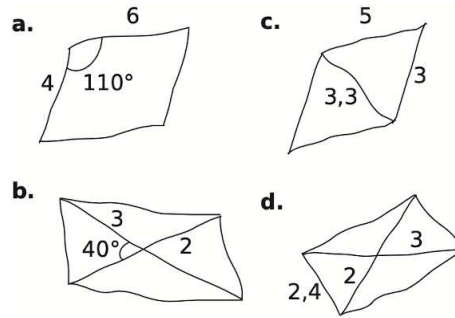
3 Construire sur ce quadrillage les parallélogrammes suivants : *ABCF*, *BCDG*, *CDHE* et *BIEC*.



4 Construire les parallélogrammes *ABCD*, *EFGH* et *IJKL* de centre *M* respectant les conditions suivantes :

- 1) $AB = 5$ cm, $AD = 3,5$ cm et $BD = 7$ cm.
- 2) $EF = 2$ cm, $EH = 4,5$ cm et $EG = 3,5$ cm.
- 3) $IJ = 6$ cm, $JM = 5$ cm et $IM = 4$ cm.

5 Construire en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-contre en utilisant les instruments de votre choix (les longueurs sont en cm).



6 Après avoir tracé une figure à main levée, construire en vraie grandeur :

- 1) Un parallélogramme *VERT* tel que $VT = 5$ cm, $\widehat{ERT} = 125^\circ$ et $VE = 4$ cm.
- 2) Un parallélogramme *GRIS* de centre *O* tel que $GR = 6$ cm, $SO = 3$ cm et $IO = 4$ cm.
- 3) Un parallélogramme *NOIR* tel que $NI = 62$ mm, $\widehat{NIR} = 40^\circ$ et $\widehat{RNI} = 30^\circ$.

Démonstrations

7 1) Le quadrilatère *CHAT* est un parallélogramme tel que $AT = TC$. Démontrer que c'est un losange.

- 2) Le quadrilatère *VOIX* est un parallélogramme tel que $VI = OX$. Démontrer que c'est un rectangle.
- 3) Le quadrilatère *NUIT* est un parallélogramme de centre *S* tel que $SN = SU$ et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires. Démontrer que c'est un carré.

8 1) Tracer le cercle (C_1) de centre *O* de rayon 3,5 cm.

- 2) Placer deux points *N* et *P* sur (C_1) tels que $[NP]$ soit un diamètre de (C_1) .
- 3) Construire le cercle (C_2) de centre *O* de rayon 5 cm.
- 4) Placer deux autres points *Q* et *R* sur (C_2) , non alignés avec *N* et *P* tels que $[QR]$ soit un diamètre de (C_2) .
- 5) Démontrer que le quadrilatère *NQPR* est un parallélogramme.
- 6) Donner les longueurs *NP* et *QR*. Justifier la réponse.

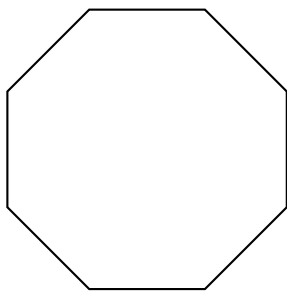
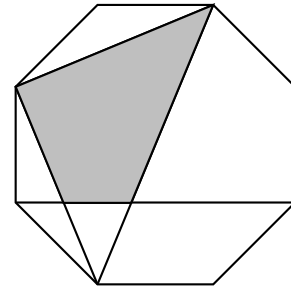
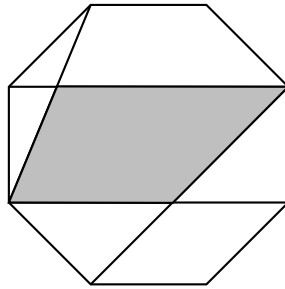
9 1) Tracer un triangle équilatéral *ABC* de côté 5 cm.

- 2) À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas, placer les points *D* et *E* tels que *ABDE* soit un rectangle avec $AD = 7$ cm ; placer les points *F* et *G* tels que *ACFG* soit un losange $\widehat{ACF} = 150^\circ$.
- 3) Donner la mesure des angles \widehat{CAG} et \widehat{BAG} .
- 4) Que peut-on en déduire pour les points *G*, *A* et *E* ?

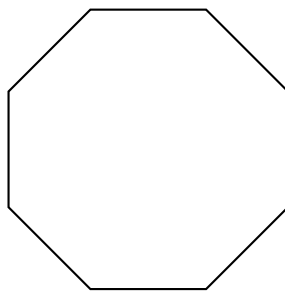


Des quadrilatères dans un octogone régulier

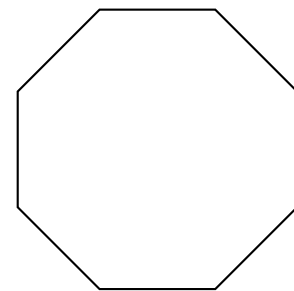
Tracer quatre diagonales de l'octogone régulier pour obtenir le quadrilatère demandé comme dans les exemples ci-contre.



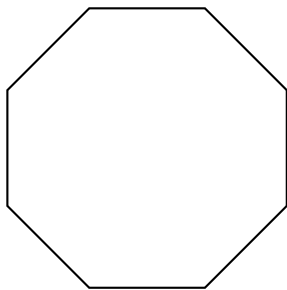
Pour faire des essais



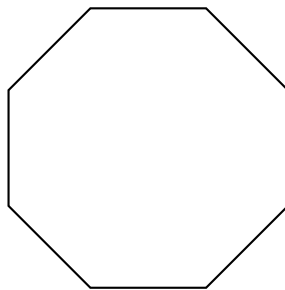
Un carré



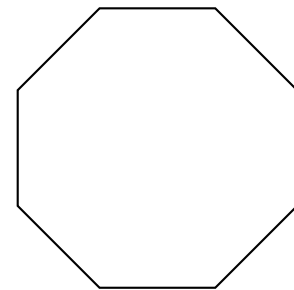
Un rectangle



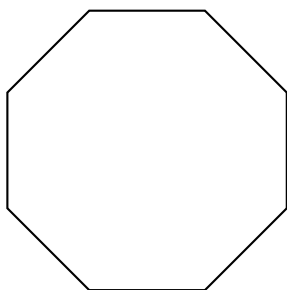
Un parallélogramme



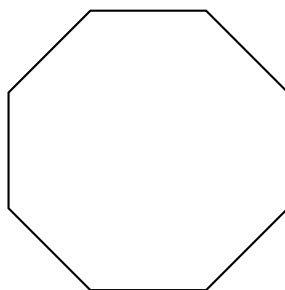
Un autre carré



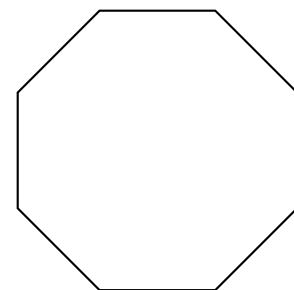
Un losange



Un autre parallélogramme



Encore un autre carré



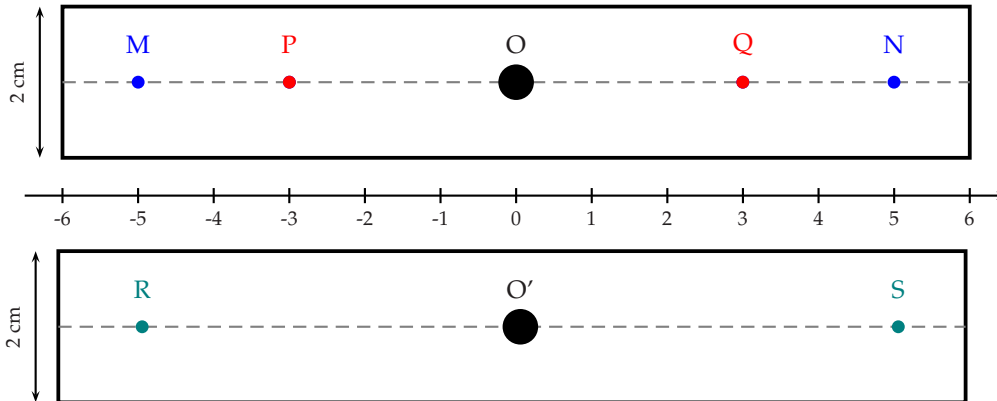
Un autre losange

Source : Angles, parallélogrammes et programmation au cycle 4, IREM Paris-Nord.

Partie 1 : Construction des bandelettes.

1) On souhaite fabriquer à l'aide de bandelettes de papier des « squelettes » de quadrilatères : chaque squelette est composé de deux bandelettes fixées à l'aide d'une attache parisienne.

Sur une feuille de papier canson, tracer les deux rectangles suivants et placer les points O, O', M, N, P, Q, R et S sachant que la droite est graduée en centimètres.



- 2) Percer des trous sur les points M, N, P, Q, R et S qui doivent permettre de passer la mine d'un crayon pour tracer les points correspondants.
- 3) Percer des trous sur les points O et O', qui sont destinés à recevoir une attache parisienne. Les bandelettes attachées correspondent alors au squelette d'un quadrilatère.

Partie 2 : Construction de quadrilatères.

- 1) On considère un squelette obtenu en faisant se croiser les deux bandelettes aux points O et O' en plaçant l'attache parisienne sur ces deux points. On s'intéresse aux quadrilatères MRNS tracés à partir de ce squelette.
 - a) En plaçant le squelette sur votre feuille, placer les points M, N, R et S puis tracer le quadrilatère MRNS.
 - b) À quelle famille semble appartenir ce quadrilatère ?
 - c) Que représente les segments [MN] et [RS] pour ce quadrilatère ?
 - d) Justifier alors la conjecture proposée en b).
 - e) Citer d'autres propriétés relatives à ce quadrilatère particulier.
 - f) Trouver un cas particulier à cette configuration.
- 2) Toujours dans cette configuration, on s'intéresse maintenant aux quadrilatères PRQS tracés à partir de ce squelette.
 - a) En plaçant le squelette sur votre feuille, placer les points P, Q, R et S puis tracer le quadrilatère PRQS.
 - b) À quelle famille semble appartenir ce quadrilatère ?
 - c) Que représente les segments [PQ] et [RS] pour ce quadrilatère ?
 - d) Conjecturer trois propriétés concernant votre quadrilatère : une à partir de ses diagonales, une autre à partir de la position relative de ses côtés et une dernière concernant les angles.
 - e) Trouver un cas particulier à cette configuration.