

Probabilités

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Vocabulaire des probabilités.
- ▶ Placer un événement sur une échelle de probabilité.
- ▶ Notion de probabilités.
- ▶ Calculer des probabilités dans des cas simples.

ACTIVITÉ 1 Impossible, probable o seguro

Le but est de mettre en place une échelle de probabilité, instaurant une comparaison intuitive d'éléments impossibles, peu probables, probables ou certains.

Objectifs : placer un événement sur une échelle de probabilité.

Phases à partir de la fiche Impossible, probable o seguro ?.

- 1) Classer les événements suivants : C'est été à Séville, on dépassera les 20°C ; lancer une pièce 10 fois et obtenir au moins une fois pile ; lancer un dé 10 fois et obtenir 6 à chaque fois ; voir un bœuf voler ; il neigera cet hiver dans la Sierra Nevada ; obtenir 3 bons numéros au loto selon qu'il sont probables ou non.
- 2) Débat sur l'échelle des probabilité utilisée

Source : Une initiation aux probabilités par le jeu, IREM de Rouen.

DÉBAT 2 Histoire des probabilités

C'est en cherchant à résoudre des problèmes posés par les jeux de hasard que les mathématiciens donnent naissance aux probabilités. Lors de fouilles archéologiques, on a trouvé des indices montrant que les jeux de hasard se pratiquaient déjà 5 000 ans av. J.-C. (on utilisait des osselets). Les premiers dés connus ont été mis à jour à Tepe Gawra, au nord de l'Irak, et datent du troisième millénaire av. J.-C. Le jeu de cartes était également pratiqué dans divers pays depuis des époques reculées. Les cartes actuelles apparaissent en France au XIV^e siècle et leur utilisation donne très vite lieu à des jeux d'argent.

On attribue souvent la réelle naissance à la fin du XVII^e siècle ce qui en fait une branche des mathématiques relativement récente.

1. Vocabulaire des probabilités

■ DÉFINITION : Expérience aléatoire

On appelle **expérience aléatoire** une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine.

Exemple Lancer une pièce de monnaie est une expérience aléatoire dont le résultat est soit « pile », soit « face ».

VOCABULAIRE :

- Chaque résultat possible et prévisible d'une expérience aléatoire est appelé une **issue**.
- L'ensemble formé par les issues est appelé **univers**, souvent noté Ω .
- Un **événement** de l'expérience aléatoire est une partie quelconque de l'univers.

Exemple

- Lancer d'une pièce de monnaie : $\Omega = \{ \text{pile} ; \text{face} \}$.
- Lancer d'un dé à six faces : $\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$.
« Obtenir un numéro pair » est un événement que l'on peut noter $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$.

2. Calcul de probabilités

La probabilité \mathcal{P} d'un événement est « la chance » qu'il se produise.

■ DÉFINITION : Équiprobabilité

On dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la même probabilité ; dans ce cas, on a $\mathcal{P} = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

REMARQUE : dans un exercice, pour signifier que l'on est dans une situation d'équiprobabilité, on a des expressions du type : « on lance un dé **non pipé** » ; « dans une urne, les boules sont **indiscernables** au toucher » ; « on rencontre **au hasard** une personne parmi... ».

Exemple

On tire une carte dans un jeu non truqué de 52 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir une tête ?

Correction

Le jeu est non truqué, il y a donc équiprobabilité. Les issues possibles sont le valet, la dame et le roi de pique, de carreau, de trèfle et de coeur ce qui fait 4×3 cartes donc, $\mathcal{P} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

■ PROPRIÉTÉ

Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Si elle est égale à 0, on dit que l'événement est **impossible** et si elle est égale à 1, l'événement est **certain**.

Exemple

On lance un dé classique équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un 9 ? d'obtenir un nombre entier ?

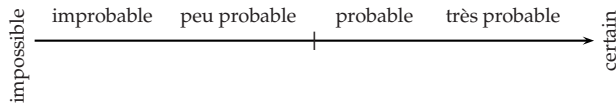
Correction

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

- On ne peut pas obtenir un 9 avec un dé à 6 faces donc, $\mathcal{P} = \frac{0}{6} = 0$.
- Tous les nombres obtenus sont entiers donc, $\mathcal{P} = \frac{6}{6} = 1$.

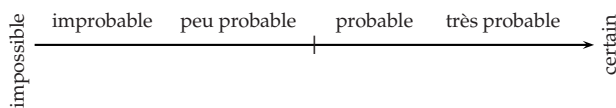
Échelle des probabilités

1 Pour chacun des événements suivants, indiquer s'il relève du hasard et si oui, le placer sur l'échelle ci-dessous.



- 1) Obtenir pile au jeu de pile ou face
- 2) La fête nationale aura lieu le 14 juillet
- 3) Un élève aura un tee-shirt blanc demain
- 4) Obtenir 6 avec un dé à 6 faces
- 5) Trouver la bonne combinaison au loto
- 6) Demain il fera beau

2 Une roue de loterie est partagée en huit secteurs identiques numérotés de 1 à 8. Graduer l'échelle ci-dessous et places-y les événements suivants.



- 1) « Obtenir 2. »
- 2) « Obtenir un multiple de 2. »
- 3) « Obtenir un nombre supérieur à 4. »
- 4) « Obtenir un nombre positif. »
- 5) « Obtenir un nombre impair. »
- 6) « Obtenir un multiple de 13. »

Calcul de probabilités

3 On écrit sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot : NOTOUS. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

- 1) Quelles sont les issues de cette expérience ?
- 2) Déterminer la probabilité des événements suivants :
 - a) E1 : « On obtient la lettre O. »
 - b) E2 : « On obtient une consonne. »
 - c) E3 : « On obtient une lettre du mot KIWI. »
 - d) E4 : « On obtient une lettre du mot CAGOUS. »
- 3) Graduer un axe et y placer les probabilités des événements précédents.

4 On tire une carte dans un jeu ordinaire de cinquante-deux cartes.

- 1) Donner les probabilités de chacun des événements suivants : « Obtenir un carreau. » ; « Obtenir un valet. » ; « Obtenir un valet de carreau. »
- 2) On ajoute deux jokers à ce jeu. Les probabilités précédentes vont-elles augmenter si un joker peut remplacer une des cartes souhaitées ?

5 On dispose d'un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6 et d'un dé à 4 faces avec des sommets numérotés de 1 à 4, parfaitement équilibrés. On lance les deux dés.

- 1) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un 3 est-elle la plus grande ?
- 2) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est-elle la plus grande ?

6 Trois personnes, Ali, Ben et Charles, ont chacune un sac contenant des billes. Chacune tire au hasard une bille de son sac dont le contenu est le suivant :

sac d'Aline	Sac de Bernard	Sac de Claude
10 billes rouges 30 billes noires	100 billes rouges 3 billes noires	5 billes rouges

Laquelle de ces trois personnes a-t-elle la plus grande probabilité de tirer une bille rouge ? Justifier.

7 Dans une loterie, 300 billets sont vendus et il y a 37 billets gagnants. Les autres billets sont des billets perdants. Parmi les 37 billets gagnants :

- 2 de ces billets permettent de gagner une télévision ;
 - 5 permettent de gagner un bon de 100 € ;
 - 10 permettent de gagner un bon de 50 € ;
 - 20 permettent de gagner un porte-clés.
- 1) Quelle est la probabilité de gagner une télévision si l'on achète un billet ?
 - 2) Quelle est la probabilité de gagner un bon (peu importe la somme) si l'on achète un billet ?
 - 3) En plus de l'achat des bons dans plusieurs magasins, l'organisateur de la loterie dépense 500 € pour chaque télévision et 0,50 € pour chaque porte-clés.
 - a) À quel prix doit-il vendre les billets de loterie pour être sûr que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?
 - b) S'il souhaite vendre chaque billet 2 €, combien doit-il rajouter de billets perdants pour être assuré que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?



Vers la loi des grands nombre...

Le travail s'effectue en binôme, vous avez à votre disposition un dé classique non truqué à 6 faces.

1) Compléter le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on?

2) Lancer 10 fois le dé et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on?

3) Lancer 100 fois le dé et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on?

4) Répertorier les résultats de la classe entière et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on?

IMPOSIBLE, PROBABLE O SEGURO?

Prénom

Asigna una de estas etiquetas a cada uno de los siguientes sucesos.

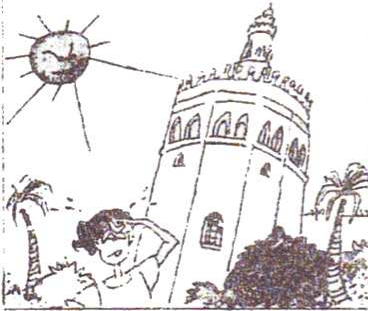
IMPOSIBLE

POCO PROBABLE

BASTANTE PROBABLE

SEGURO

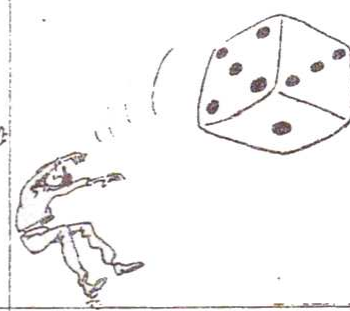
Este verano, en Sevilla se superarán los 20 °C.



Lanzar una moneda 10 veces y obtener al menos una cruz.



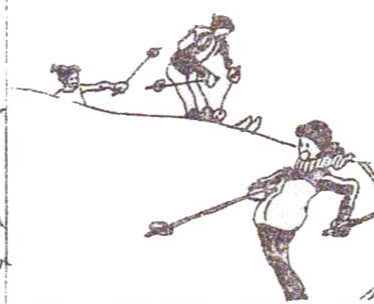
Lanzar un dado 10 veces y obtener todas las veces la cara 6.



Ver un buey volando.



En Sierra Nevada nevará este invierno.



Acertar tres resultados en la Loto.



IMPOSIBLE, PROBABLE O SEGURO?

Prénom

Asigna una de estas etiquetas a cada uno de los siguientes sucesos.

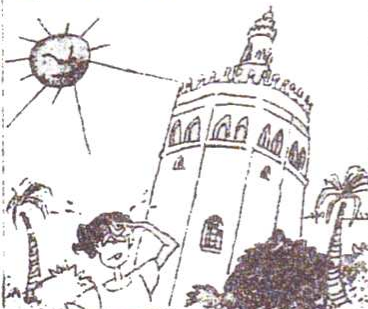
IMPOSIBLE

POCO PROBABLE

BASTANTE PROBABLE

SEGURO

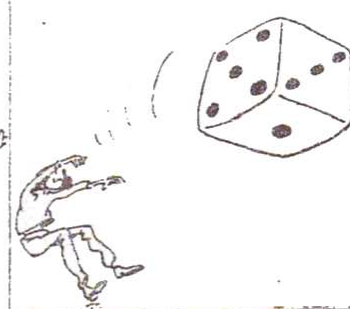
Este verano, en Sevilla se superarán los 20 °C.



Lanzar una moneda 10 veces y obtener al menos una cruz.



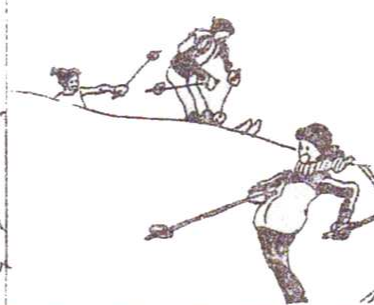
Lanzar un dado 10 veces y obtener todas las veces la cara 6.



Ver un buey volando.



En Sierra Nevada nevará este invierno.



Acertar tres resultados en la Loto.

