

L'aire du parallélogramme

Connaissances et compétences associées

- ▶ Aire du parallélogramme (à partir de celle du rectangle).
- ▶ Vérifier la cohérence des résultats pour les unités.

ACTIVITÉ 1 Aire d'un parallélogramme

Le but est de faire conjecturer l'aire du parallélogramme à partir de celle du rectangle aux élèves, par découpage.

Objectif : calculer l'aire d'un rectangle ; déterminer la formule de l'aire d'un parallélogramme.

Phases à partir de la fiche AIRE D'UN PARALLÉLOGRAMME :

- 1) les élèves ont à leur disposition des rectangles qu'ils doivent découper puis transformer en parallélogrammes ;
- 2) ils collent les parallélogrammes obtenus sur une même ligne de base afin de remarquer que la hauteur de varie pas ;
- 3) ils doivent enfin en déduire l'aire du parallélogramme à partir de leurs observations et de l'aire du rectangle.

Inspiré de : Aire des parallélogrammes, Groupe d'Enseignement Mathématique, Belgique.

DÉBAT 2 Aires usuelles par l'image

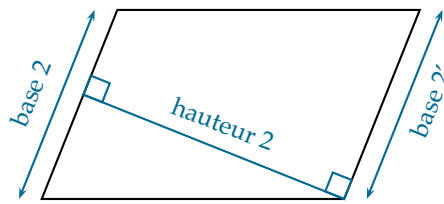
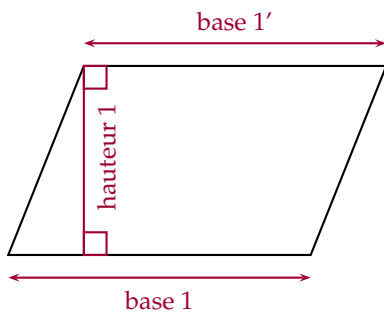
Aire de figures simples : vidéo expliquant, par découpage, certaines formules permettant de calculer des aires... sans parole, à faire expliquer par les élèves.

1. Hauteur d'un parallélogramme

■ DÉFINITION : Hauteur d'un parallélogramme

On considère l'un des côtés parallèles d'un parallélogramme que l'on prend comme **base**. Une **hauteur** du parallélogramme associée à cette base est un segment perpendiculaire à la base situé entre les deux côtés parallèles.

REMARQUE : il y a donc quatre bases possibles pour un parallélogramme, deux à deux parallèles et deux hauteurs associées chacune à une paire de parallèles.



2. Aire du parallélogramme

■ PROPRIÉTÉ : Aire du parallélogramme

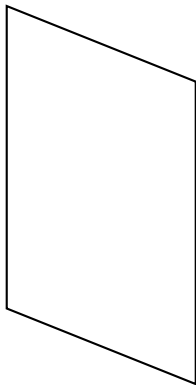
L'aire du parallélogramme se calcule grâce à la formule :

$$\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur} = b \times h$$

REMARQUE : attention à ne pas confondre avec l'aire du rectangle qui est longueur \times largeur.

Exemple

Déterminer l'aire du parallélogramme suivant :



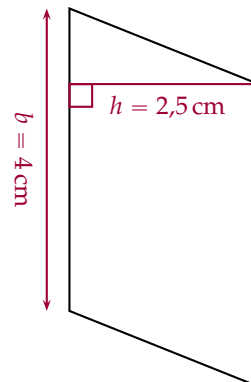
Correction

- On définit une base ;
- on trace une hauteur relative à cette base ;
- on mesure la base ;
- on mesure la hauteur ;
- on applique la formule :

$$\mathcal{A} = b \times h$$

$$\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$$

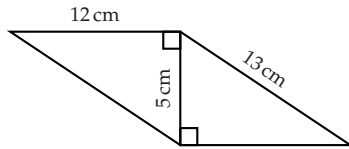
$$\mathcal{A} = 10 \text{ cm}^2.$$



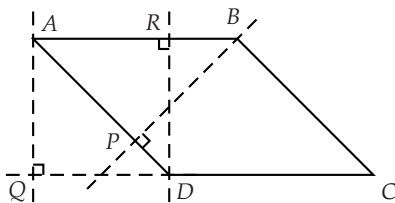
Aire des parallélogrammes

1 Calculer l'aire puis le périmètre :

- d'un rectangle de longueur 30 m et de largeur 20 m ;
- d'un carré de côté 6 cm ;
- du parallélogramme suivant :

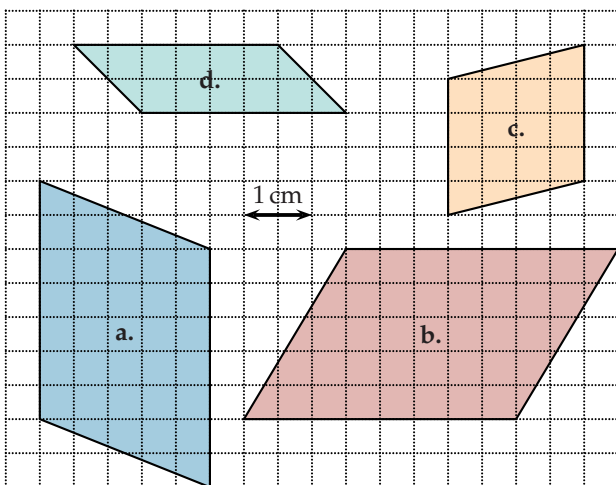


2 Observer le parallélogramme $ABCD$ puis compléter les phrases ci-dessous.



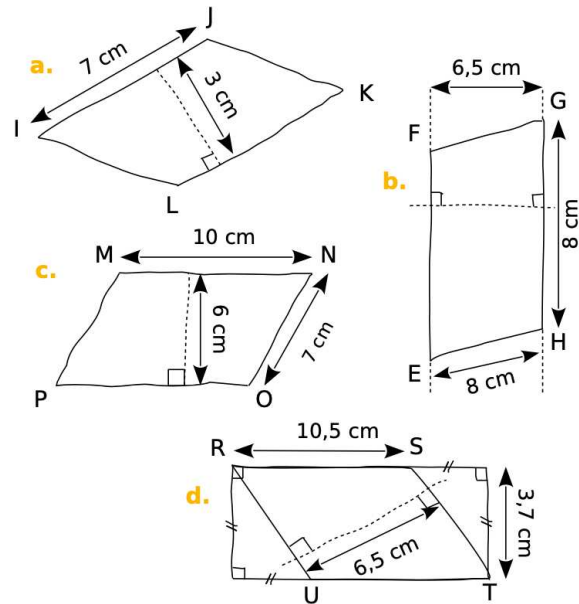
- Une hauteur relative au côté associé $[DC]$ est
- La droite (BP) est une hauteur relative à
- La perpendiculaire à (AB) passant par R est une hauteur relative à
- La droite (AQ) est une hauteur relative aux côtés associés
- Le quadrilatère $ARDQ$ est un

3 Pour chaque parallélogramme, tracer une hauteur puis déterminer son aire.



4 Dessiner sur votre cahier deux parallélogrammes puis calculer leur aire.

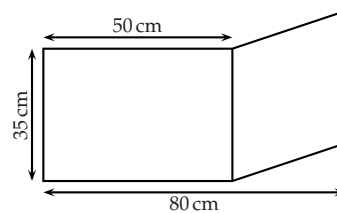
5 Déterminer l'aire de chacun des parallélogrammes suivants.



6 Déterminer la longueur inconnue.

- Parallélogramme de base 8 cm et d'aire 24 cm^2 . Calculer la hauteur.
- Losange dont une diagonale mesure 10 cm et d'aire 20 cm^2 . Quelle est la longueur de la deuxième diagonale ?
- Parallélogramme de hauteur 30 cm et d'aire $2,1 \text{ dm}^2$. Calculer la longueur de la base relative à cette hauteur.

7 Un menuisier doit découper une planche selon le plan suivant :



- Calculer l'aire de la planche.
- Le menuisier doit faire deux ouvertures dans cette planche :
 - une ouverture rectangulaire de 40 cm sur 15 cm
 - une ouverture en parallélogramme de base 20 cm et de hauteur 13 cm.
 Calculer la nouvelle aire de la planche.

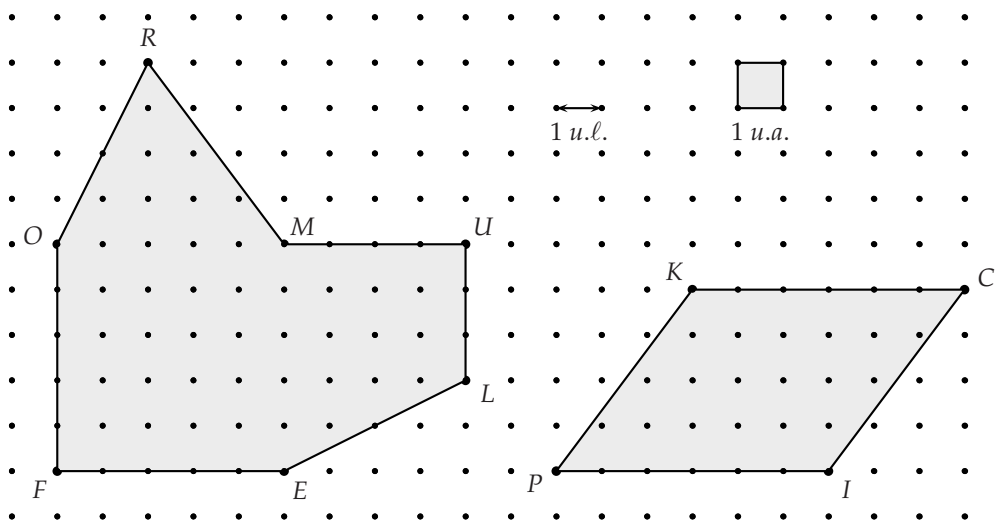
D'après Les cahier Sésamath 5e. Magnard-Sesamath 2017



La formule de pick

On travaille dans un réseau pointé à maille carrée. On note $u.l.$ l'unité de longueur et $u.a.$ l'unité d'aire.

On appelle polygone de Pick, un polygone non aplati construit sur un tel réseau et dont chacun des sommets est un point du réseau. On considère les figures *FORMULE* et *PICK* suivantes :



1) Calculer l'aire du parallélogramme *PICK* et celle du polygone *FORMULE*, en unité d'aire. Expliciter les étapes du raisonnement.

2) Une formule trouvée sur Internet sous le nom de formule de Pick prétend permettre de calculer l'aire \mathcal{A} d'un polygone de Pick, à partir du nombre i de points du réseau strictement intérieurs à ce polygone et du nombre b de points du réseau sur le bord du polygone : $\mathcal{A} = i + \frac{b}{2} - 1$. Appliquer cette formule au parallélogramme *PICK* puis au polygone *FORMULE* et vérifier que l'on retrouve bien leurs aires.

3) Appliquer la formule de Pick aux trois polygones de Pick *MOFE*, *MOR* et *MULE*. Vérifier que la somme des résultats obtenus est égale à l'aire totale de la figure.

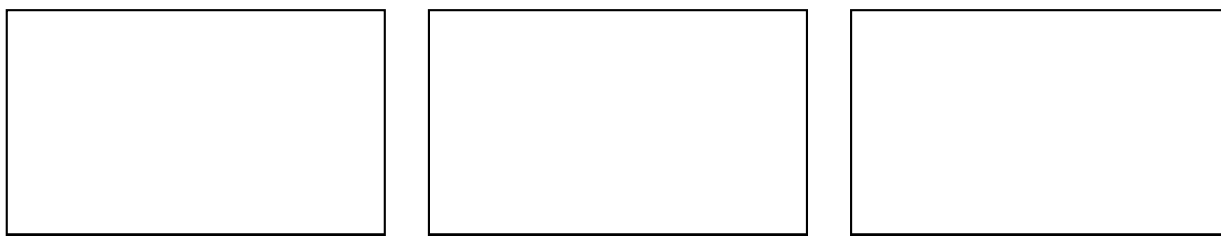
AIRE D'UN PARALLÉLOGRAMME

Prénom

- 1) Sur le cahier, tracer une droite horizontale sur toute la largeur de la page en laissant 4 cm au dessus puis dessiner un rectangle de 5 cm sur 3 cm sur la ligne comme ceci :



- 2) Découper les trois rectangles ci-dessous dont une longueur est en gras (la base).
- 3) Transformer les trois rectangles en trois parallélogrammes en donnant un seul coup de ciseaux en ligne droite en partant de la base (côté en gras) et en collant les deux morceaux obtenus sur la droite en apposant le côté gras sur la ligne.
- 4) Que remarque-t-on ?
- 5) Que peut-on dire de l'aire des quatre quadrilatères obtenus ?
- 6) À partir de de la formule de l'aire du rectangle, déterminer comment calculer l'aire d'un parallélogramme.



AIRE D'UN PARRALLÉLOGRAMME

- 1) Sur le cahier, tracer une droite horizontale sur toute la largeur de la page en laissant 4 cm au dessus puis dessiner un rectangle de 5 cm sur 3 cm sur la ligne comme ceci :



- 2) Découper les trois rectangles ci-dessous dont une longueur est en gras (la base).
- 3) Transformer les trois rectangles en trois parallélogrammes en donnant un seul coup de ciseaux en ligne droite en partant de la base (côté en gras) et en collant les deux morceaux obtenus sur la droite en apposant le côté gras sur la ligne.
- 4) Que remarque-t-on ?
- 5) Que peut-on dire de l'aire des quatre quadrilatères obtenus ?
- 6) À partir de de la formule de l'aire du rectangle, déterminer comment calculer l'aire d'un parallélogramme.

