

Addition et soustraction de fractions

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Décomposer une fraction sous la forme d'une somme ou d'une différence d'un entier et d'une fraction.
- ▶ Additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs multiples.
- ▶ Résoudre des problèmes faisant intervenir des fractions.
- ▶ Additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur.

ACTIVITÉ 1 Décomposer une fraction

Objectifs : représenter des fractions ; écrire une fraction sous la forme de la somme ou de la différence d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Phases à partir de la fiche DÉCOMPOSER UNE FRACTION.

- 1) Phase 1 : des toasts en entrée. On introduit un exemple de décomposition d'une fraction de manière schématisée : un premier exemple est donné, puis chaque élève doit compléter un deuxième exemple.
- 2) Phase 2 : des « flam » et des camemberts. Le repas continue avec des décompositions schématisées, il s'agit de les transformer en écriture mathématique. Inversement, la fraction est donnée, il faut la modéliser puis en déduire sa décomposition.
- 3) Phase 3 : dessert final. Une question ouverte, un peu plus difficilement schématisable (les nombres sont plus grands) est donnée, on demande aux élèves de trouver une autre procédure afin de décomposer la fraction.

Inspiré de Écrire une fraction sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, académie de Poitiers.

DÉBAT 2 L'œil d'Horus

Dans la mythologie égyptienne, on trouve une histoire liée aux fractions : *Seth*, dieu de la violence et incarnation du mal, arrache l'œil à *Horus*. *Seth* le partage en six morceaux et les répand à travers l'Égypte. *Thot*, dieu magicien, reconstitue l'œil, symbole du bien contre le mal. Chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateurs 2, 4, 8, 16, 32 et 64. Il accordera le 64ème manquant à tout scribe recherchant et acceptant sa protection.



1. Décomposer une fraction

MÉTHODE 1 Décomposer une fraction

Pour décomposer une fraction en somme ou différence d'un entier et d'une fractions inférieure à 1, on effectue la division euclidienne du numérateur par le dénominateur.

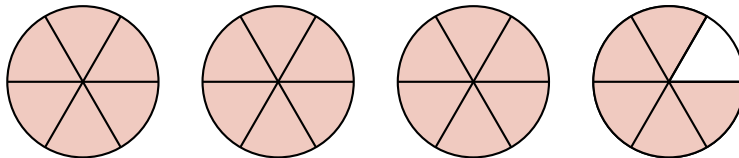
- Pour avoir une somme, le quotient non donne le nombre entier et la fraction inférieure à 1 s'obtient en prenant comme numérateur le reste et comme dénominateur le diviseur.
- Pour avoir une différence, il suffit de prendre l'entier suivant le quotient et de choisir la fraction complémentaire à 1.

Exercice d'application

Décomposer $\frac{23}{6}$.

Correction

$$\begin{array}{r} 23 \\ 6 \overline{) 23} \\ \underline{18} \\ 5 \end{array} \quad \text{donc, } 23 = 6 \times 3 + 5 \quad \text{et} \quad \frac{23}{6} = 3 + \frac{5}{6} = 4 - \frac{1}{6}$$



REMARQUE : cette décomposition permet d'encadrer facilement un nombre entre deux entiers consécutifs : par exemple, $3 < \frac{23}{6} < 4$.

2. Additionner et soustraire des fractions

MÉTHODE 2 Additionner et soustraire deux fractions de même dénominateur

Pour additionner ou soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, il suffit d'additionner ou soustraire les numérateurs tout en gardant le même dénominateur :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

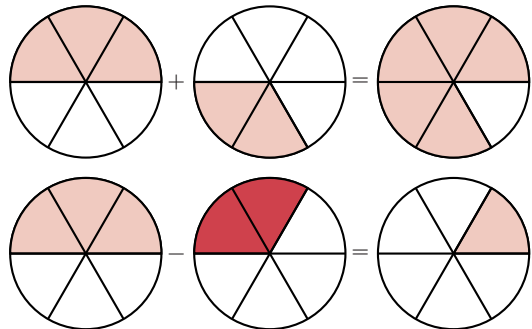
Exercice d'application

- Additionner $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$.
- Soustraire $\frac{2}{6}$ de $\frac{3}{6}$.

Correction

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$



REMARQUE : cela revient à dire que lorsque l'on partage une quantité en un nombre de parts égales et que l'on prend plusieurs parts, on additionne le nombre de parts mais la taille des parts ne change pas.

MÉTHODE 3 Additionner et soustraire deux fractions de dénominateurs multiples

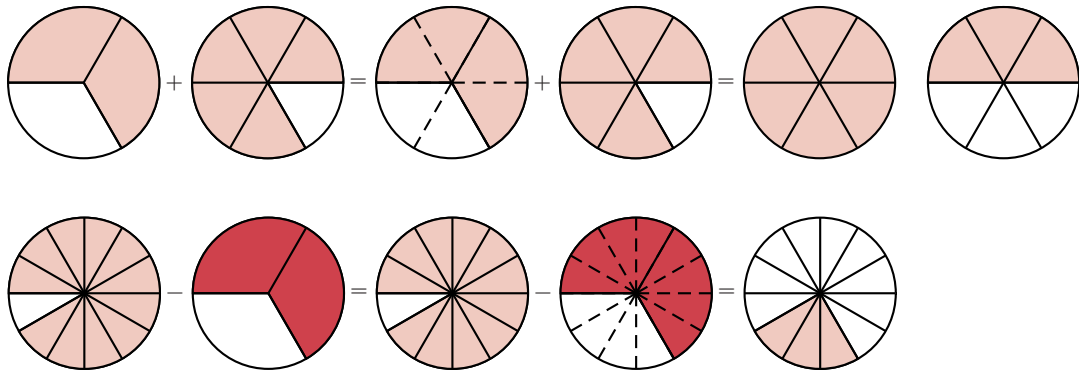
Pour additionner ou soustraire deux fractions ayant des dénominateurs multiples, on transforme l'écriture de la fraction ayant le dénominateur le plus petit pour qu'elle ait le même dénominateur que l'autre.

Exercice d'application

- Additionner $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{6}$.
- Soustraire $\frac{2}{3}$ de $\frac{11}{12}$.

Correction

- $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \frac{5}{2 \times 3} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} + \frac{5}{2 \times 3} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6}$.
- $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{11}{4 \times 3} - \frac{2}{3} = \frac{11}{4 \times 3} - \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{11}{12} - \frac{8}{12} = \frac{3}{12}$.



REMARQUE : cela revient à dire que pour additionner ou soustraire des parts, il faut auparavant qu'elles soient égales, et donc partager les parts les plus grandes de manière à ce qu'elles aient la même taille que les parts les plus petites.

Entraînement

Décomposer des fractions

1 Écrire chaque fraction sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 en faisant le calcul mentalement. En déduire une écriture comme la soustraction d'un entier et d'une fraction.

1) $\frac{7}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 5) $\frac{12}{4}$

2) $\frac{9}{8}$ 4) $\frac{5}{3}$ 6) $\frac{13}{4}$

2 Écrire chaque fraction sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 en posant la division euclidienne. En déduire une écriture comme la soustraction d'un entier et d'une fraction.

1) $\frac{27}{2}$ 3) $\frac{13}{3}$ 5) $\frac{120}{4}$

2) $\frac{92}{8}$ 4) $\frac{53}{3}$ 6) $\frac{127}{4}$

3 Encadrer chacune des fractions suivantes par deux nombres entiers consécutifs.

1) $\frac{7}{2}$ 5) $\frac{12}{4}$ 9) $\frac{13}{3}$

2) $\frac{9}{8}$ 6) $\frac{13}{4}$ 10) $\frac{53}{3}$

3) $\frac{1}{3}$ 7) $\frac{27}{2}$ 11) $\frac{120}{4}$

4) $\frac{5}{3}$ 8) $\frac{92}{8}$ 12) $\frac{127}{4}$

Ajouter et soustraire des fractions

4 Effectuer les calculs suivants, puis simplifier si nécessaire.

1) $\frac{2}{3} + \frac{7}{3}$ 6) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}$

2) $\frac{6}{7} - \frac{3}{7}$ 7) $1 - \frac{3}{4} + 5 + \frac{5}{4}$

3) $\frac{8}{13} - \frac{3}{13}$ 8) $\frac{12}{7} + 2 - \frac{9}{7}$

4) $\frac{18}{23} + \frac{28}{23}$ 9) $\frac{8}{10} - \frac{302}{10} + \frac{78}{10}$

5) $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3}$

10) $1 + \frac{4}{5} + \frac{21}{5} - 2$

5 Répondre aux petits défis suivants :

1) Combien faut ajouter à $\frac{2}{3}$ pour obtenir 1 ?

2) Combien faut soustraire à $\frac{15}{4}$ pour obtenir 3 ?

3) Combien faut ajouter à $\frac{13}{10}$ pour obtenir 2 ?

4) Combien faut soustraire à $\frac{52}{17}$ pour obtenir 3 ?

6 Effectuer les calculs suivants, puis simplifier si nécessaire.

1) $\frac{2}{3} + \frac{7}{6}$ 6) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

2) $\frac{6}{7} - \frac{3}{14}$ 7) $1 + \frac{3}{4} - 5 - \frac{5}{16}$

3) $\frac{38}{13} - \frac{3}{39}$ 8) $\frac{12}{49} + 2 - \frac{9}{7}$

4) $\frac{18}{46} + \frac{28}{23}$ 9) $\frac{8}{10} - \frac{302}{100} + \frac{78}{1000}$

5) $\frac{8}{3} - \frac{2}{6} - \frac{4}{12}$ 10) $1 + \frac{4}{25} + \frac{21}{5} - 2$

7 Un adulte passe en moyenne $\frac{1}{4}$ de son temps à travailler, $\frac{1}{3}$ à dormir, $\frac{1}{12}$ à gérer le quotidien et $\frac{3}{36}$ à manger.

1) Quelle fraction de son temps lui reste-t-il pour ses loisirs ?

2) Sur une journée de 24h, combien de temps un adulte passe-t-il sur chacune de ces activités ?

8 Pour chacune des figures ci-dessous, exprime la partie coloriée à l'aide d'une fraction de la surface du grand carré.

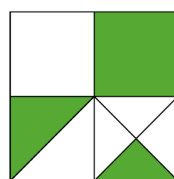


figure 1

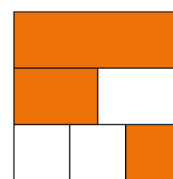


figure 2

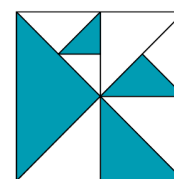


figure 3

DÉCOMPOSER UNE FRACTION

Prénom

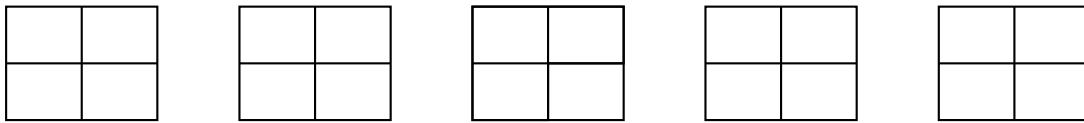
Des toasts en entrée

Pour faire des toasts à ses amis, Mattis coupe des tranches de pain de mie en 4, avant de les garnir. Samy mange 11 de ces petits toasts. Quelle fraction de grande tranche de pain de mie Samy a-t-il mangée ?



Il a mangé 11 fois $\frac{1}{4}$ de grande tranche, donc $\frac{11}{4}$ de grande tranche, ce qui fait 2 tranches et $\frac{3}{4}$ de tranche, ou 3 tranches moins $\frac{1}{4}$ de tranche. On peut écrire : $\frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 3 - \frac{1}{4}$.

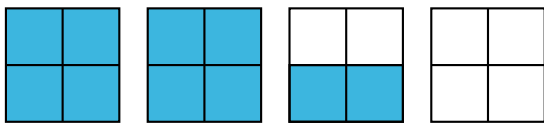
Meryem, elle, a mangé 17 petits toasts. Colorier ce que cela représente en fraction de grande tranche.



Compléter l'égalité : $\frac{17}{4} = \dots + \frac{\dots}{\dots} = \dots - \frac{\dots}{\dots}$

Des « flam » et des camemberts

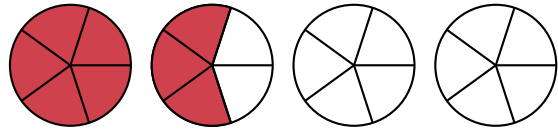
Pour poursuivre, on découpe des parts de flammekueche (flam) et des portions de camembert. Dans chaque cas, indiquer la fraction de flammekueche ou du camembert coloriée et écrire cette fraction comme la somme d'un nombre et d'une fraction inférieure à 1.



Une part de flam représente $\frac{\dots}{\dots}$ de flam.

$\frac{\dots}{\dots}$ de flam est colorié.

Donc, $\frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots} = \dots - \frac{\dots}{\dots}$



Une part de camembert représente $\frac{\dots}{\dots}$ de camembert.

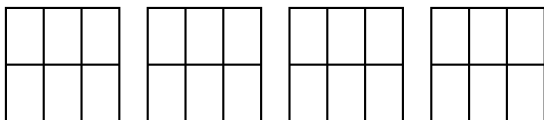
$\frac{\dots}{\dots}$ de camembert est colorié.

Donc, $\frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots} = \dots - \frac{\dots}{\dots}$

Dans chaque cas colorier la fraction de flam ou de camembert qui est demandée et écrire cette fraction comme la somme d'un nombre et d'une fraction inférieure à 1.

Une part de gâteau représente $\frac{\dots}{\dots}$ de flam.

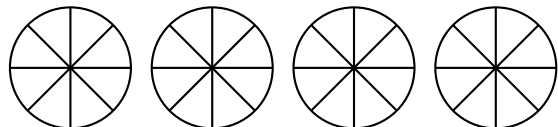
Colorier $\frac{22}{6}$ de flam.



Donc, $\frac{22}{6} = \dots + \frac{\dots}{\dots} = \dots - \frac{\dots}{\dots}$

Une part de camembert représente $\frac{\dots}{\dots}$ de camembert.

Colorier $\frac{13}{8}$ de camembert.



Donc, $\frac{13}{8} = \dots + \frac{\dots}{\dots} = \dots - \frac{\dots}{\dots}$

Dessert final

Julie a mangé $\frac{73}{9}$ de tartelettes aux pommes, trouver une manière de décomposer cette fraction en la somme et une différence d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.