

Transformations et grandeurs

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques.
- ▶ Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant des transformations.

ACTIVITÉ 1 Propriétés des symétries

Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique afin de conjecturer des propriétés relatives aux symétries.

Objectifs : observer l'effet d'une symétrie centrale ou d'une symétrie axiale sur les longueurs, les angles, le parallélisme et l'alignement.

Phases à partir de la fiche PROPRIÉTÉS DES SYMÉTRIES.

Pour chacune des symétries, les élèves effectuent les phases suivantes :

- 1) Phase 1 : construction d'une figure plane constituée d'un polygone, d'un point sur le polygone et d'une droite parallèle.
- 2) Phase 2 : construction de l'axe de symétrie ou du centre de symétrie.
- 3) Phase 3 : construction de la figure symétrique par rapport à l'axe de symétrie ou au centre de symétrie.
- 4) Phase 4 : mise en place d'une mesure de longueur et d'une mesure d'angle.
- 5) Phase 5 : vérifier que la figure reste symétrique par déplacement d'un point de la figure ou de l'axe ou du centre.
- 6) Phase 6 : Conjecturer des propriétés sur les longueurs, les angles, le parallélisme ou l'alignement de points.

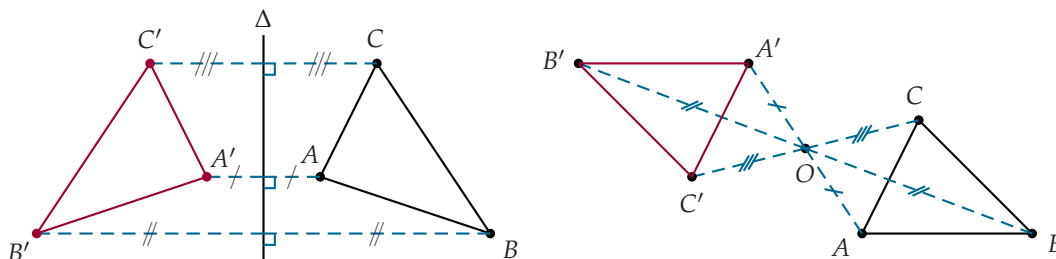
DÉBAT 2 Vidéo sur les mandalas

Mandala est un terme sanskrit qui signifie « cercle ». Il désigne plus largement un objet support à la méditation et à la concentration composé de cercles ; de symétries et de formes diverses. Vidéo « Tibet Sand Painting of Mandala », sur la confection d'un mandala au sable au Tibet.

1. Rappels sur les symétries

■ DÉFINITION : Symétrie axiale et centrale

- M' est l'image du point M par la **symétrie d'axe** Δ signifie que la droite Δ est la médiatrice du segment $[MM']$.
- M' est l'image du point M par la **symétrie de centre** O signifie que O est le milieu de $[MM']$.



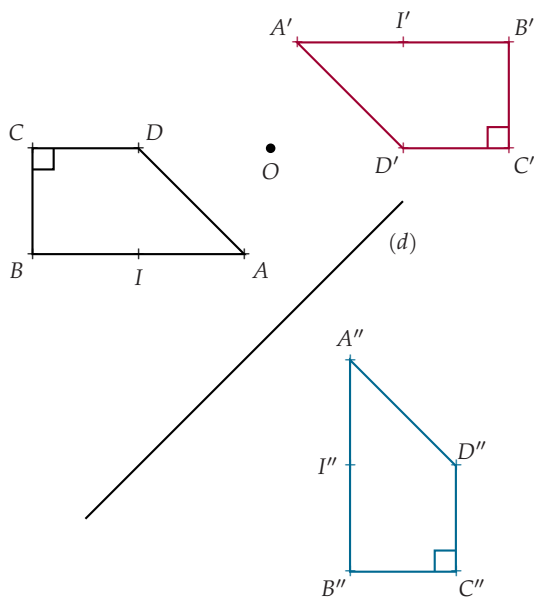
2. Propriétés des symétries

■ PROPRIÉTÉ : Isométrie

La symétrie axiale et la symétrie centrale **conservent** les longueurs, les angles, l'alignement et le parallélisme (ce sont des isométries).

Exemple

On considère la figure $A'B'C'D'$ symétrique de $ABCD$ par rapport à O et la figure $A''B''C''D''$ symétrique de $ABCD$ par rapport à (d) :



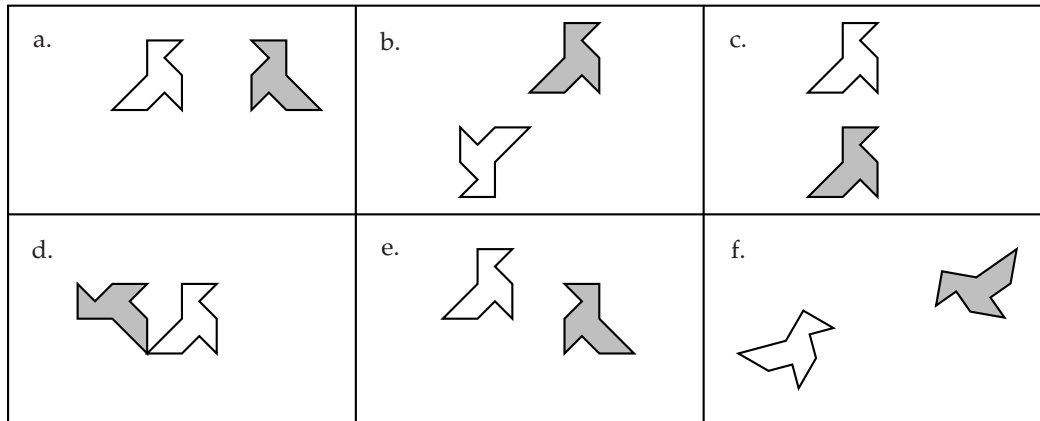
Correction

Propriétés conservées :

- L'alignement :
 $I \in [AB]$ donc $\begin{cases} I' \in [A'B'] \\ I'' \in [A''B''] \end{cases}$
- le parallélisme :
 $(AB) \parallel (CD)$ donc $\begin{cases} (A'B') \parallel (C'D') \\ (A''B'') \parallel (C''D'') \end{cases}$
- Les longueurs :
 $A'B' = AB$ et $A''B'' = AB$
 $IA = IB$ donc $\begin{cases} I'A' = I'B' \\ I''A'' = I''B'' \end{cases}$
- Les angles :
 $(BC) \perp (CD)$ donc $\begin{cases} (B'C') \perp (C'D') \\ (B''C'') \perp (C''D'') \end{cases}$

Différencier les transformations

1 Pour chacune des figures suivantes, dire s'il s'agit ou pas d'une symétrie (axiale ou centrale). Si oui, tracer l'axe ou le centre de symétrie.

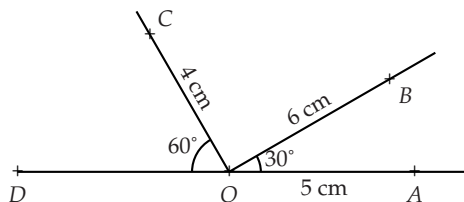


Propriétés et démonstrations

2 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 3$ cm et $BA = 4$ cm.

- 1) Construire le triangle ABC .
- 2) Construire le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).
- 3) Construire le milieu I de $[BC]$ et J celui de $[DE]$.
- 4) Démontrer que les trois points J, A et I sont alignés. Que représente la droite (IJ) pour les segments $[BC]$ et $[DE]$?

3 Le dessin ci-dessous n'est pas à taille réelle. Les points D, O et A sont alignés.



- 1) Reproduire en vraie grandeur ce dessin
- 2) Construire les points E et F , symétriques respectifs de B et C par rapport à O . Paul affirme que l'angle \widehat{BOF} mesure 60° et l'angle \widehat{COE} mesure 100° . A-t-il raison? Sinon, corriger son affirmation.

4 Programme de construction :

- Tracer un triangle MOP tel que : $OM = 2,5$ cm ; $OP = 3$ cm et $\widehat{POM} = 70^\circ$
 - Tracer la droite (d) perpendiculaire à la droite (OP) passant par le point P .
 - Tracer le symétrique du triangle MOP par rapport à la droite (d) : on notera M' le symétrique de M par rapport à la droite (d) , O' celui de O .
- 1) Quelle devrait-être la mesure de $\widehat{PO'}$? Vérifier.
 - 2) Quelle devrait-être la mesure de $\widehat{M'O'}$? Vérifier.
 - 3) Quelle devrait-être la mesure de $\widehat{PO'M'}$? Vérifier.

5 Un quadrilatère $ABCD$ est appelé isocervolant en A si l'angle \widehat{BAD} est droit et si la droite (AC) est un axe de symétrie.

- 1) a) Construire un quadrilatère $ABCD$ qui soit un isocervolant en A .
b) Construire un quadrilatère qui admette un axe de symétrie et qui ne soit pas un isocervolant.
- 2) a) Démontrer que $\widehat{DAC} = \widehat{BAC}$
b) En déduire la mesure de l'angle \widehat{DAC}
c) Quelle est la position relative de (BD) et (AC) ?
- 3) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier les réponses.
a) Tous les carrés sont des isocervolants.
b) Tous les rectangles sont des isocervolants.

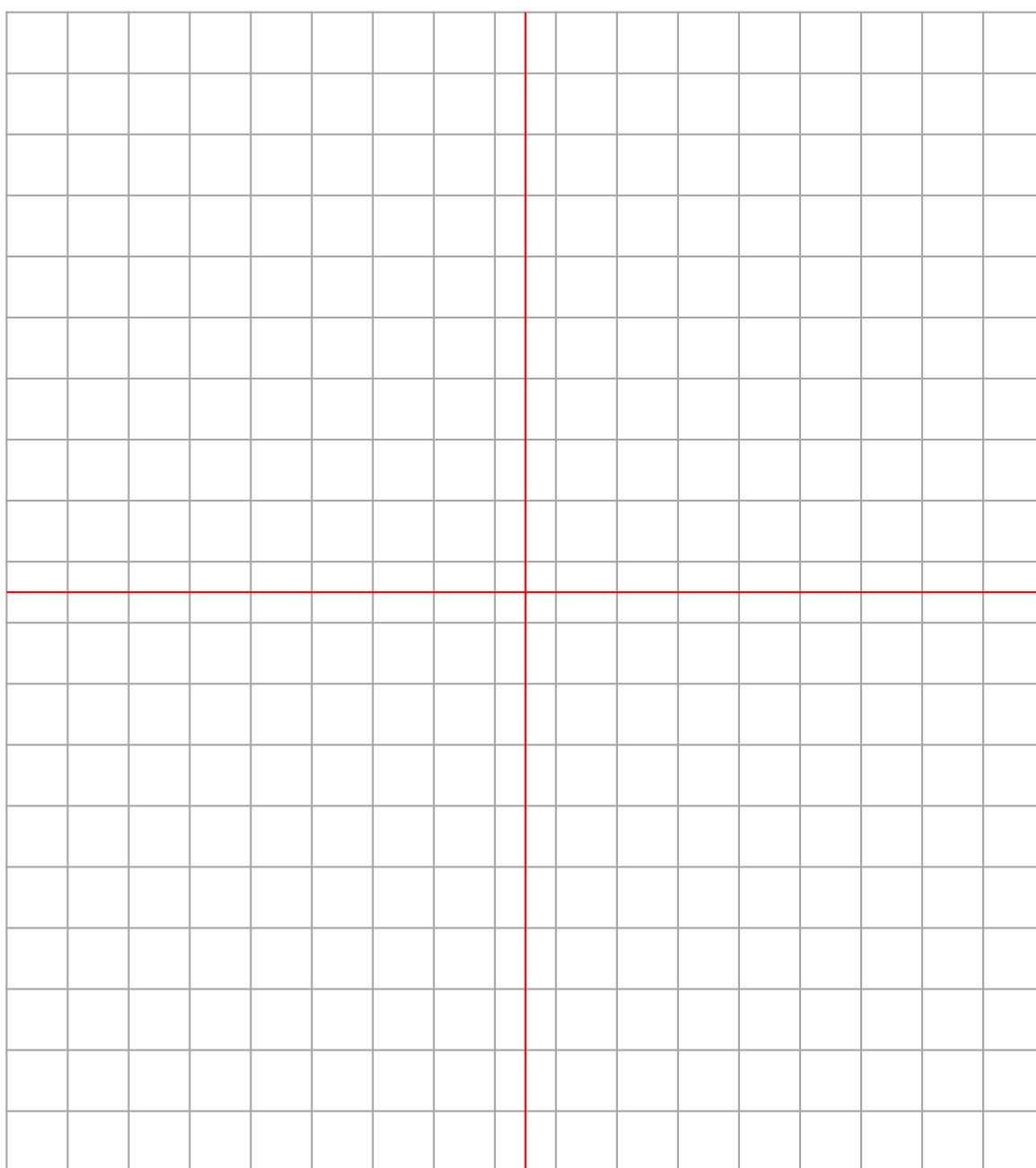
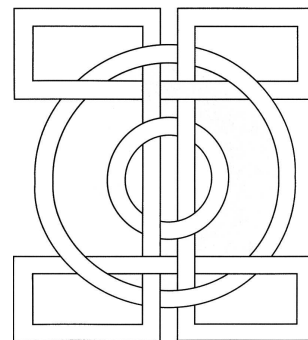
Source : Les cahiers Sesamath 6^e et 5^e. Magnard-Sésamath 2017.



Entrelacs chinois

Dans le rectangle quadrillé ci-dessous, les axes de symétrie ont été tracés en rouge, ils se coupent au point O. Le but est de reproduire l'entrelacs ci-contre, formé de trois rubans entrelacés, sachant que :

- l'épaisseur de ces rubans est de 1 carreau ;
- les dimensions de la figure complète sont de 17 sur 19 carreaux ;
- tous les segments sont portés par des lignes du quadrillage ;
- les cercles ont pour centre commun le point O ;
- les extrémités de leurs diamètres verticaux sont sur des lignes horizontales ;
- cette figure admet un centre de symétrie mais pas d'axe de symétrie.



PROPRIÉTÉS DES SYMÉTRIES

Prénom

Ouvrir Geogebra et choisir l'onglet **Géométrie**.

Symétrie axiale

	Instructions	Outil	Action
1	Construction de la figure et de l' axe de symétrie		
	Tracer un quadrilatère $ABCD$ Placer un point E sur la droite (AB) Tracer la parallèle à (BC) passant par D Tracer une droite (FG)	polygone point sur objet parallèle droite	cliquer en quatre points du plan cliquer quelque part sur la droite (AB) cliquer sur le segment $[BC]$ puis sur D cliquer en deux points du plan
2	Construction de la figure symétrique par rapport à l'axe (FG)		
	Tracer la figure symétrique	symétrie axiale	sélectionner le quadrilatère puis l'axe (FG) ; sélectionner le point E puis l'axe (FG) ; sélectionner la droite parallèle puis l'axe (FG)
3	Faire apparaître différentes mesures		
	Mesurer la longueur du segment $[AD]$ Mesurer l'angle \widehat{ABC}	distance angle	cliquer sur le segment $[AD]$ cliquer sur les trois points de l'angle

- 1) Que se passe-t-il lorsque l'on déplace un point du quadrilatère $ABCD$ ou un point de l'axe de symétrie ?
.....
- 2) Comparer la longueur du segment $[AD]$ et du segment $[A'D']$:
- 3) Comparer la mesure de l'angle \widehat{ABC} et de l'angle $\widehat{A'B'C'}$:
- 4) Où se situe le point E' ?
- 5) Les deux droites parallèles dans la figure d'origine restent-elles parallèles dans la figure symétrique ?

Symétrie centrale

	Instructions	Outil	Action
1	Construction de la figure et du centre de symétrie		
	Tracer un pentagone $ABCDE$ Placer un point F sur la droite (AB) Tracer la parallèle à (CD) passant par E Placer un point (G)	polygone point sur objet parallèle point	cliquer en cinq points du plan cliquer quelque part sur la droite (AB) cliquer sur le segment $[CD]$ puis sur E cliquer en un point du plan
2	Construction de la figure symétrique par rapport au centre G		
	Tracer la figure symétrique	symétrie centrale	sélectionner le pentagone puis le point G ; sélectionner le point F puis le point G ; sélectionner la droite parallèle puis le point G
3	Faire apparaître différentes mesures		
	Mesurer la longueur du segment $[BC]$ Mesurer l'angle \widehat{CDE}	distance angle	cliquer sur le segment $[BC]$ cliquer sur les trois points de l'angle

- 1) Que se passe-t-il lorsque l'on déplace un point du pentagone $ABCDE$ ou le centre de symétrie G ?
.....
- 2) Comparer la longueur du segment $[BC]$ et du segment $[B'C']$:
- 3) Comparer la mesure de l'angle \widehat{CDE} et de l'angle $\widehat{C'D'E'}$:
- 4) Où se situe le point F' ?
- 5) Les deux droites parallèles dans la figure d'origine restent-elles parallèles dans la figure symétrique ?