

# Les angles

## Connaissances et compétences associées

- ▶ Caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes-internes, angles correspondants.
- ▶ Somme des angles d'un triangle.

### ACTIVITÉ 1 Somme des angles d'un triangle.

**Objectif** : Faire découvrir la propriété de la somme des angles d'un triangle.

**Phases** à partir de la fiche SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE.

- 1) Construction, pliage : construction d'un triangle ABC avec repérage des angles et tracé d'une hauteur.  
Les élèves doivent ensuite plier le triangle de manière à emmener les points A, B et C sur le pied de la hauteur tracée.
- 2) Observations : théoriquement, après pliage, les élèves obtiennent un rectangle et les trois angles forment un angle plat. Il doivent formaliser cette observation par une formule mathématique et une phrase générale.

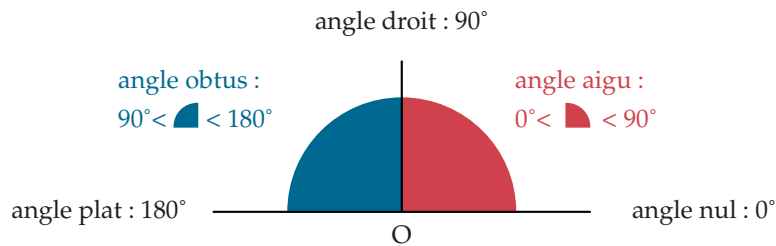
### DÉBAT 2 Géométrie euclidienne VS géométrie sphérique

« Un ours part de sa caverne et parcourt 1 km vers le sud, puis 1 km vers l'est et enfin 1 km vers le nord. Il se retrouve alors juste devant l'entrée de sa caverne.

Quelle est la couleur de l'ours ? »

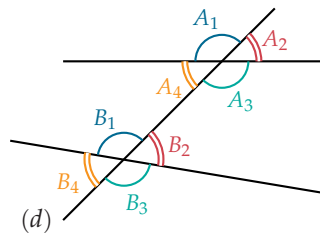
La géométrie sphérique n'a pas les mêmes propriétés que la géométrie euclidienne utilisée au collège et au lycée. Cette dernière est la géométrie initiée par **Euclide**, mathématicien grec né vers 330 av. J.-C., il est connu pour avoir recensé une grande partie des mathématiques de l'époque dans ses *Éléments*.

## 1. Mesure d'angles particuliers : rappels



## 2. Angles particuliers

Lorsque deux droites sont coupées par une droite sécante  $(d)$ , on obtient 8 angles.



### ■ DÉFINITION : Angles alternes-internes et correspondants

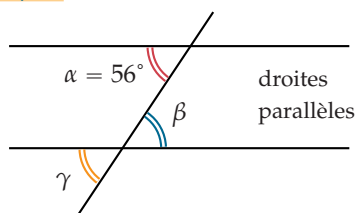
Dans la configuration précédente :

- deux angles sont **alternes-internes** s'ils sont situés entre les deux droites de part et d'autre de  $(d)$  mais non adjacents : c'est le cas de  $A_4$  et  $B_2$  ou  $A_3$  et  $B_1$  ;
- deux angles sont **correspondants** s'ils sont situés du même côté de  $(d)$ , l'un entre les deux droites et l'autre à l'extérieur : c'est le cas de  $A_1$  et  $B_1$  ;  $A_2$  et  $B_2$  ;  $A_3$  et  $B_3$  ;  $A_4$  et  $B_4$ .

### ■ PROPRIÉTÉ

Dans la configuration précédente, si les deux droites sont parallèles, alors les angles alternes-internes et les angles correspondants sont égaux deux à deux. Si deux angles alternes-internes ou deux angles correspondants sont égaux, alors les droites sont parallèles.

#### Exemple



#### Correction

Mesures de  $\beta$  et  $\gamma$  :

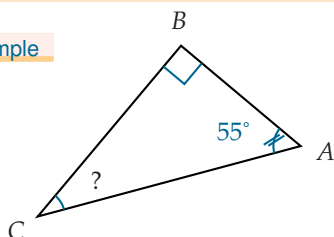
- $\alpha$  et  $\beta$  sont des angles alternes-internes, ils ont donc même mesure. D'où :  $\beta = \alpha = 56^\circ$ .
- $\alpha$  et  $\gamma$  sont des angles correspondants, ils ont donc même mesure. D'où :  $\gamma = \alpha = 56^\circ$ .

## 3. Somme des angles d'un triangle

### ■ PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, la somme de la mesure de ses trois angles est toujours égale à  $180^\circ$ .

#### Exemple



#### Correction

On a un angle droit en  $\hat{B}$  donc  $\hat{B} = 90^\circ$  et  $\hat{A} = 55^\circ$ .

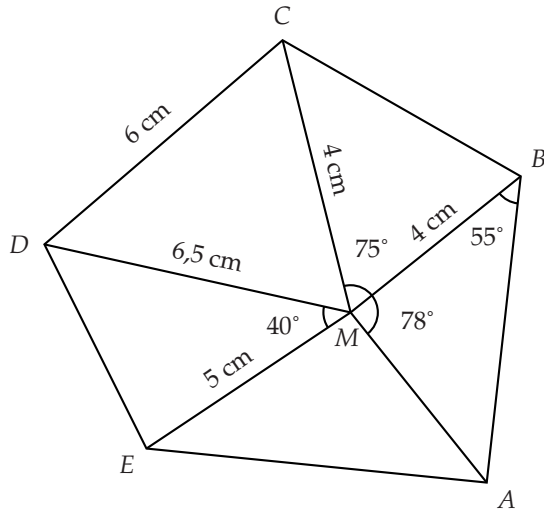
Or, la somme des angles du triangle  $ABC$  fait  $180^\circ$  d'où :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ soit } 55^\circ + 90^\circ + \hat{C} = 180^\circ.$$

$$\hat{C} = 180^\circ - 55^\circ - 90^\circ = 35^\circ.$$

## Mesure d'un angle

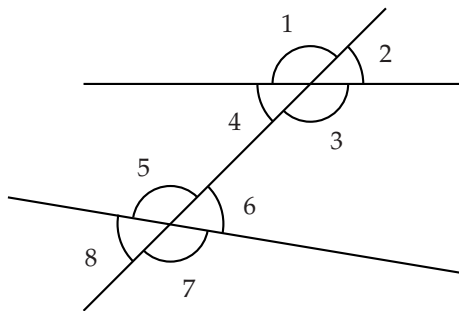
1 Reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur.



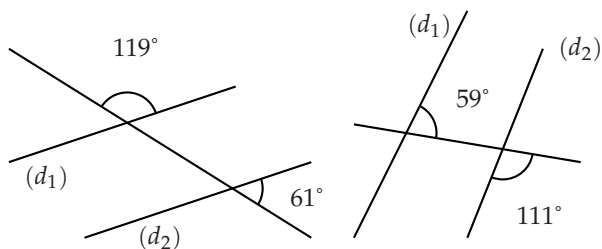
## Angles particuliers

2 Que peut-on dire des angles :

- 1) 1 et 5?      3) 4 et 6?      5) 3 et 5?  
 2) 2 et 6?      4) 3 et 7?      6) 4 et 8?



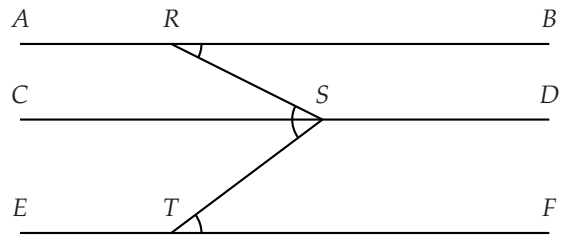
3 Dans chaque cas, précise si les droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  sont ou non parallèles et pourquoi?



4 Sur la figure ci-dessous :

- les droites  $(AB)$ ,  $(CD)$  et  $(EF)$  sont parallèles ;
- $R$  est un point de  $(AB)$ ,  $S$  un point de  $(CD)$  et  $T$  un point de  $(EF)$  tels que  $\widehat{BRS} = 20^\circ$  et  $\widehat{RST} = 57^\circ$ .

Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{STF}$ .

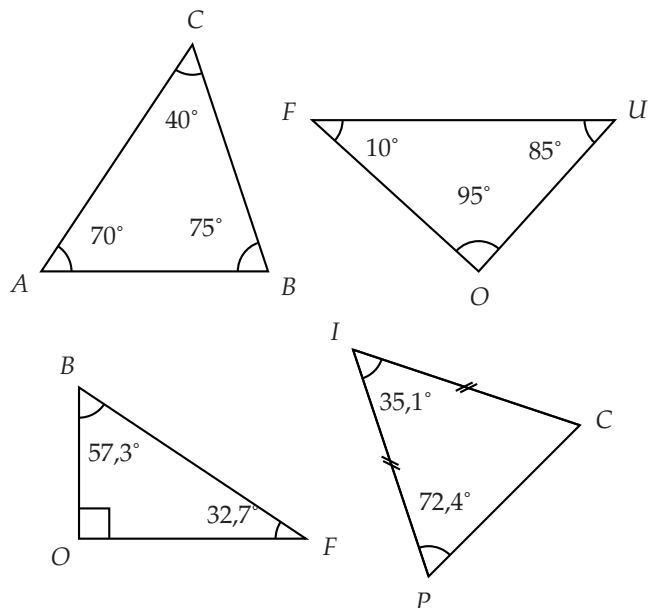


## Angles d'un triangle

5 Pour chaque cas, calcule la mesure de l'angle manquant dans le triangle  $NOE$ .

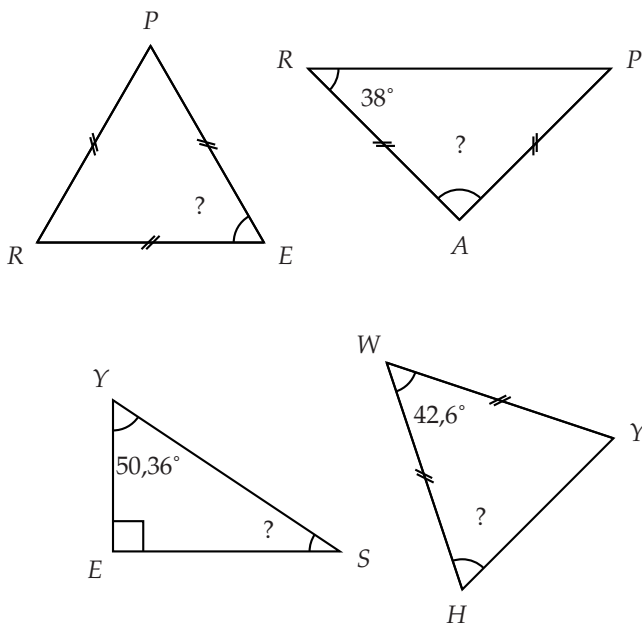
$\widehat{NOE}$	$\widehat{OEN}$	$\widehat{ENO}$
$124^\circ$	$18^\circ$	
$71^\circ$		$29^\circ$
	$98,1^\circ$	$59,6^\circ$
$49,5^\circ$		$113^\circ$

6 Les figures suivantes ne sont pas en vraie grandeur. Pour chacune d'elles, indique si elles sont constructibles ou non en justifiant la réponse.



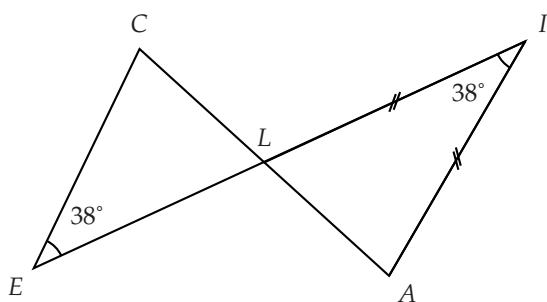
# Entraînement

**7** Calcule pour chaque triangle la mesure de l'angle marqué d'un point d'interrogation.



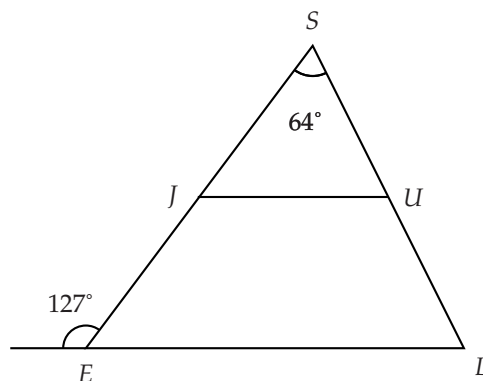
## Défis !

**8** On considère la figure suivante :

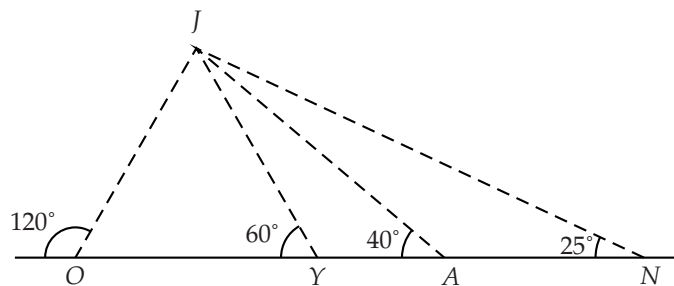


- Démontre que les droites  $(CE)$  et  $(IA)$  sont parallèles.
- Démontre que les angles  $\widehat{I\hat{A}L}$  et  $\widehat{I\hat{L}A}$  ont la même mesure que tu calculeras.
- Quelle est la nature du triangle  $CLE$ ?

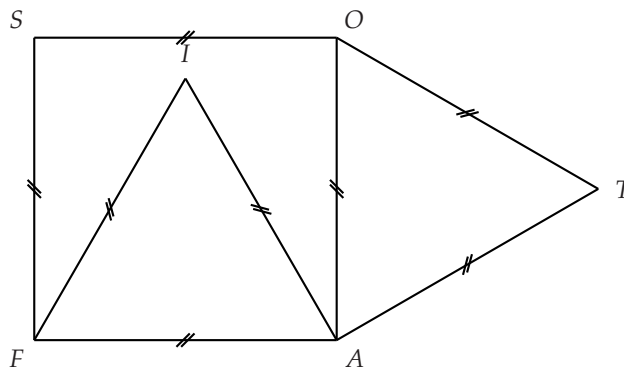
**9** Sachant que les droites  $(JU)$  et  $(LE)$  sont parallèles, calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère  $JULE$  en justifiant.



**10** Dans la figure ci-dessous, les points  $O, Y, A$  et  $N$  sont alignés. Des mesures d'angle sont indiquées. Vrai ou faux : le triangle  $JON$  est rectangle en  $J$ ?



**11** On considère la figure suivante :



- Quelle est la nature des triangles  $IAT$  et  $SFI$ ? Justifie.
- Calcule la mesure de l'angle au sommet principal de ces deux triangles.
- Calcule alors la mesure des angles  $\widehat{FIS}$  et  $\widehat{AIT}$ .
- Que peux-tu dire des points  $S, I$  et  $T$ ? Justifie.

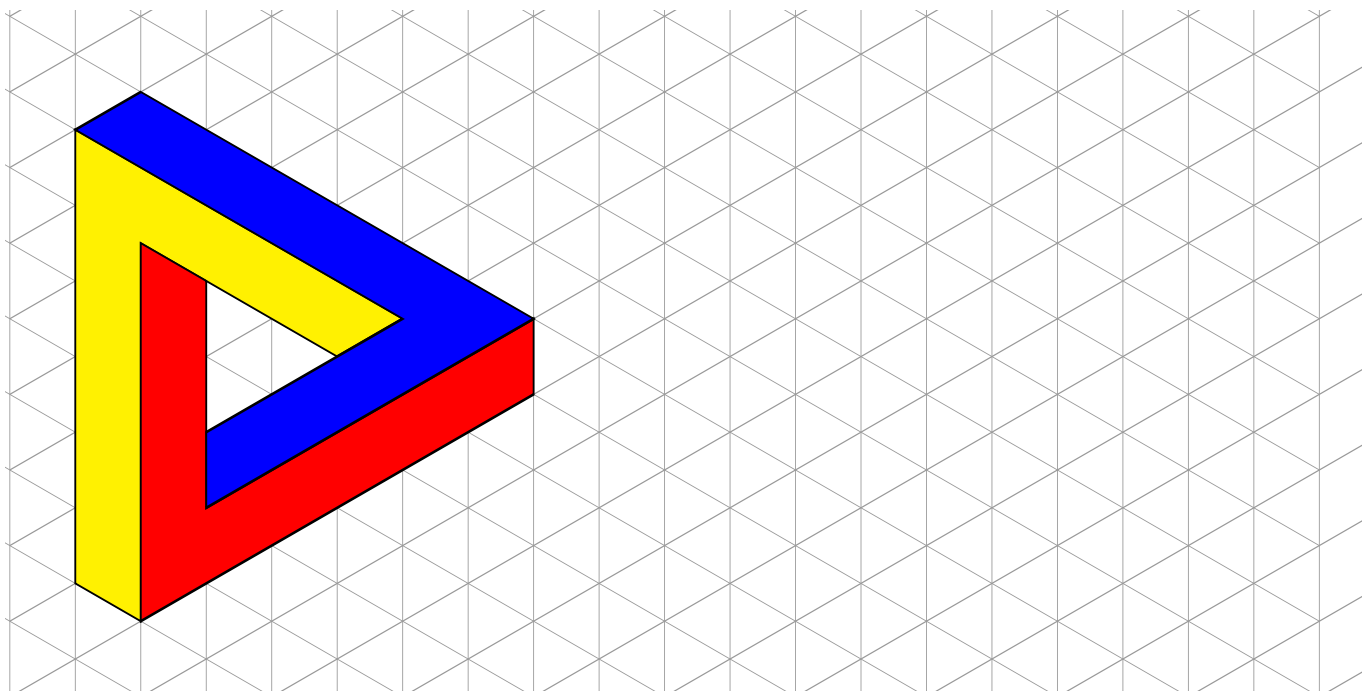
**12** Est-il possible de compléter le texte ci-dessous par les chiffres de 0 à 9 utilisés une seule fois?

« Les ..... angles d'un triangle mesurent .....°, .....° et .....°, leur somme est égale à .....° »

## Le triangle de Penrose

Le *triangle de Penrose*, aussi appelé tripoutre ou tribarre est un triangle impossible à construire physiquement en 3D mais facilement modélisable en 2D. Il a été conçu par le physicien et mathématicien britannique **Roger Penrose** (né à Colchester en 1931) dans les années 1950.

- 1) Observe le triangle de Penrose et en particulier ses angles sur ce quadrillage à maille triangulaire (aussi appelé isométrique en raison de l'égalité de longueur de tous ses côtés). Pourquoi est-il impossible à construire ?
- 2) Reproduis-le sur le quadrillage juste à droite, colorie à ta guise.



Le jeu **Monument Valley** est un jeu de réflexion en perspective isométrique qui se passe dans un décor composé de structures aux formes géométriques impossibles basées sur ce triangle.

### An impossible triangle sculpture in Perth.

In 1997, a new landmark has been created for Perth, in a unique collaboration between a leading WA artist Brian McKay and architect Ahmad Abas. Destined to become a bold icon for Perth, the « Impossible Triangle » has been erected in Claisebrook Square, East Perth. The sculpture is 13.5 meters height and the design striations on the polished aluminium reflects both sunlight and artificial lighting. The view of the triangle depends on where it is observed from.

Source : <https://im-possible.info/english/>

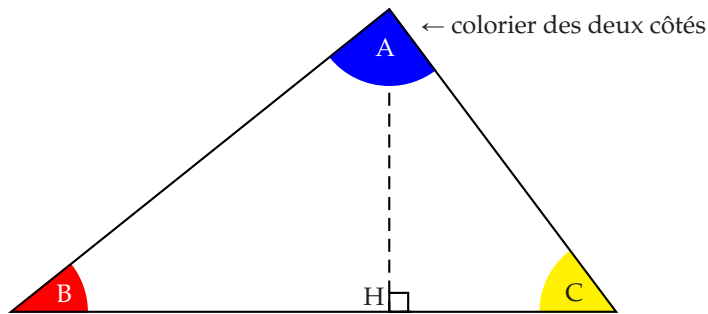


# SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Prénom .....

## Phase 1 : construction.

- 1) Sur la feuille ci-dessous, trace un triangle ABC quelconque puis découpe-le.
- 2) Colorie les trois angles de trois couleurs différentes des deux côtés du triangle (une couleur par angle).



- 3) Tracer la hauteur issue de A et nommé le pied de cette hauteur H.
- 4) Plier le triangle ABC de manière à placer le point A sur le point H.
- 5) Plier le triangle ABC de manière à placer le point B sur le point H.
- 6) Plier le triangle ABC de manière à placer le point C sur le point H.

## Phase 2 : observations.

- 1) Que forment les trois angles obtenus en H?

.....

- 2) Formule cette observation en utilisant les angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$ .

.....

- 3) Formule cette observation par une phrase simple et générale sans utiliser le nom des angles.

.....

