

Expressions littérales

Connaissances et compétences associées

- ▶ Notion d'inconnue. pour démontrer un résultat général pour valider ou réfuter
- ▶ Utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale, une conjecture, pour modéliser une situation.

ACTIVITÉ 1 Programme scratch

Objectif : Voir l'effet des variables dans un programme de calcul créé avec Scratch, produire une expression littérale.

Phases à partir de la fiche DES VARIABLES AUX INCONNUES.

- 1) Dans les deux premières questions, il faut faire fonctionner « à la main » un programme écrit avec Scratch pour différentes valeurs.
- 2) La troisième question travaille les opérations complémentaires pour « remonter » le programme.
- 3) La dernière question demande aux élèves de produire une expression littérale relative au programme.

Cette activité est issue d'une épreuve du brevet des collèges :

- les questions 1 à 4 étaient rédigées de la même manière ;
- j'ai ajouté uniquement les diagrammes pour les questions 1 à 3 ;
- j'ai supprimé la dernière question qui demandait de résoudre une équation.

DÉBAT 2 Petits contes mathématiques

Visionnage de la vidéo « Le x » des *petits contes mathématiques* et éditée par **Universciences** : une série pédagogique qui retrace l'histoire des maths à travers la découverte d'une notion, d'une formule, d'une conjecture ou d'une équation. Le récit est rythmé par des illustrations animées et la légèreté du ton dédramatise le sujet pour tous ceux qui ne seraient pas des « matheux ».

1. Expressions littérales

■ DÉFINITION : Expression littérale

Une expression littérale est une succession d'opérations où apparaissent des lettres représentant des nombres.

Exemple

$4 \times x + 3$; $2a - 89$; $y - 3x + t - 4$.

Lorsque l'on choisit une certaine valeur pour chaque lettre d'une expression littérale, on peut calculer la valeur de l'expression littérale.

Exemple

Calculer $4 \times x + 3 \times y$ pour $x = 5$ et $y = 0$.

Correction

On a $4 \times x + 3 \times y = 4 \times 5 + 3 \times 0 = 20$.

2. Produire une expression littérale

Parfois, on est amené à trouver une expression littérale pour avoir une formule générale.

Exemple

Matéo a quatre ans de plus que Noé. Exprimer l'âge de Matéo par rapport à celui de Noé.

Correction

En appelant « x » l'âge de Noé, l'âge de Matéo peut s'écrire « $x + 4$ ».

Exemple

Un rectangle a pour largeur ℓ et pour longueur L . Donner l'expression de son aire et de son périmètre.

Correction

$A = \ell \times L$.
 $\mathcal{P} = 2 \times (\ell + L)$.

3. Simplification d'une expression littérale

Pour simplifier une expression littérale, on peut supprimer le signe « \times » devant une lettre, une parenthèse ou entre deux lettres.

■ PROPRIÉTÉ

- On utilise la notation $2a$ pour $a + a$ ou $a \times 2$ ou encore $2 \times a$. On dit « deux a ».
- On utilise la notation ab pour $a \times b$. On dit « ab ».
- On utilise la notation a^2 pour $a \times a$. On dit « a au carré ».
- On utilise la notation a^3 pour $a \times a \times a$. On dit « a au cube ».

Exemple

Simplifier l'expression suivante :
 $A = 5 \times y - 2 \times (x \times x \times x + 7)$.

Correction

$A = 5y - 2(x^3 + 7)$.

Valeurs d'une expression littérale

1 Calcule les expressions A à H pour $x = 2$ et $y = 0$.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| 1) $A = 2x$ | 5) $E = 2xy$ |
| 2) $B = 7 - 3y$ | 6) $F = (x - y) \times 3$ |
| 3) $C = 4x + 5$ | 7) $G = 2x^2 - 3x + 5$ |
| 4) $D = 4(x - 2)(x + 3)$ | 8) $H = y^2 + 3x - 7$ |

2 Complète le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6
$2x + 4$							
$x^2 + 1$							

Produire une expression littérale

3 Si x représente un nombre, comment peut-on écrire les expressions suivantes :

- Le double de x .
- Le tiers de x .
- La somme de x et de 13.
- La différence de x et de 7.
- Le triple de la somme de 2 et de x .
- Le tiers de la différence de 16 et x .

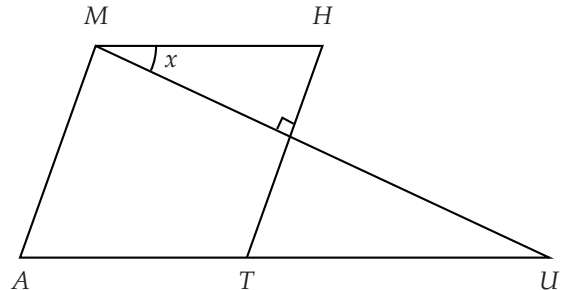
4 Si on note z l'âge en années d'Alexian aujourd'hui, comment peut-on noter :

- l'âge qu'il aura dans deux ans?
- le triple de l'âge qu'il avait il y a quatre ans?
- la moitié de l'âge qu'il aura dans cinq ans?
- son année de naissance?

5 Soit $ABCD$ un carré de 5 cm de côté.

- Calcule le périmètre \mathcal{P}_1 et l'aire \mathcal{A}_1 de $ABCD$.
- On augmente ses côtés de k cm. Exprime, en fonction de k :
 - la longueur L du nouveau côté;
 - le nouveau périmètre \mathcal{P}_2 de ce carré;
 - la nouvelle aire \mathcal{A}_2 de ce carré.
- Grâce aux expressions trouvées en 2, donner le périmètre et l'aire si on augmente le côté de 2 cm.

6 Sachant que le quadrilatère $MATH$ est un parallélogramme, exprime toutes les mesures d'angles de la figure ci-dessous en fonction de x .



7 Voici un programme :

Choisis un nombre.
Retire-lui 5.
Multiplie le résultat par 3.

- Fais fonctionner le programme avec trois nombres de ton choix.
- Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 6?
- Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 0?
- Soit x le nombre de départ, donner l'expression finale en fonction de x .

Simplifier une expression littérale

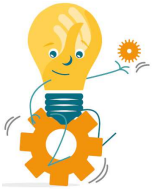
8 Recopie les expressions en supprimant les signes \times s'ils sont inutiles.

- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) $A = 9 \times n$ | 4) $D = 2 \times a(2 \times 8)$ |
| 2) $B = x \times 3$ | 5) $E = n \times x$ |
| 3) $C = 12 \times (a - 3)$ | 6) $F = 2 \times \pi \times R$ |

9 Simplifie les expressions suivantes :

- $A = a \times a$
- $B = b \times b \times b$
- $C = c \times c \times 3$
- $D = 9 + d \times d \times d$
- $E = a \times a \times b \times 3$
- $F = x \times x \times x - 2 \times y \times y$
- $G = (a + b) \times (a + b)$
- $H = (x + y)(x + y)(x + y)$

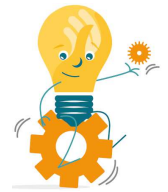
D'après Sésamath, le manuel de cycle 4. Magnard 2016



Défi 1

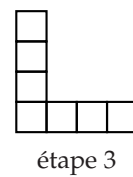
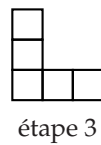
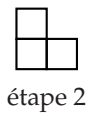
- 1) a) Choisir deux nombres consécutifs, calculer leur somme.
.....
- b) Faire de même avec deux autres nombres consécutifs, comparer avec les résultats de la classe.
.....
- c) Quelle conjecture peut-on émettre?
.....
- 2) On choisit un entier n .
 - a) Comment s'écrit le nombre suivant n ?
 - b) Donner l'expression de la somme de deux nombres consécutifs en fonction de n .
.....
 - c) Conclure :

- 1) a) Choisir trois nombres consécutifs, calculer leur somme.
.....
- b) Faire de même avec trois autres nombres consécutifs, comparer avec les résultats de la classe.
.....
- c) Quelle conjecture peut-on émettre?
.....
- 2) On choisit un entier n .
 - a) Comment s'écrivent le nombre suivant n et celui d'après?
 - b) Donner l'expression de la somme de trois nombres consécutifs en fonction de n .
.....
 - c) Conclure :



Défi 2

On considère les figures suivantes :



Défi 3

- 1) Combien y a-t-il de carrés dans chacune des étapes 1 à 3?
.....
- 2) Combien y aura-t-il de carrés dans les étapes 4 et 5?
.....
- 3) Est-il facile de déterminer le nombre de carrés à l'étape 2019? pourquoi?
.....
- 4) Trouver une formule donnant le nombre de carrés en fonction du nombre d'étapes n .
.....
- 5) Trouver alors le nombre de carrés à l'étape 2019.
.....

DES VARIABLES AUX INCONNUES

Prénom

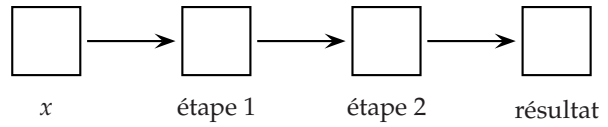
On considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x , Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables.

```

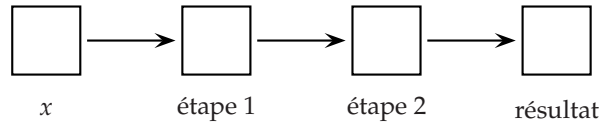
quand est cliqué
demander Choisis un nombre. et attendre
mettre x à réponse
dire Je multiplie le nombre par 6. pendant 2 secondes
mettre Etape 1 à 6 * x
dire J'ajoute 10 au résultat. pendant 2 secondes
mettre Etape 2 à Etape 1 + 10
dire Je divise le résultat par 2. pendant 2 secondes
mettre Résultat à Etape 2 / 2
dire regroupe J'obtiens finalement Résultat
    
```

Modifié d'après DNB 2017, Pondicherry.

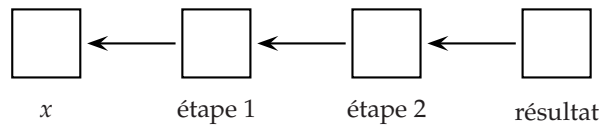
- 1) Amélie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ». Pour cela, remplir le diagramme suivant :



- 2) Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?



- 3) Amélie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ». Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?



- 4) Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme.

DES VARIABLES AUX INCONNUES

Prénom

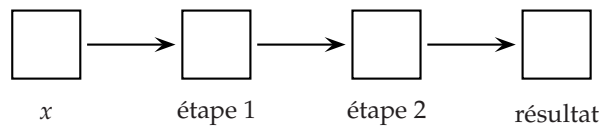
On considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x , Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables.

```

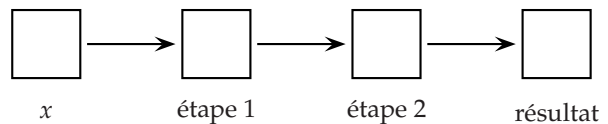
quand est cliqué
demander Choisis un nombre. et attendre
mettre x à réponse
dire Je multiplie le nombre par 6. pendant 2 secondes
mettre Etape 1 à 6 * x
dire J'ajoute 10 au résultat. pendant 2 secondes
mettre Etape 2 à Etape 1 + 10
dire Je divise le résultat par 2. pendant 2 secondes
mettre Résultat à Etape 2 / 2
dire regroupe J'obtiens finalement Résultat
    
```

Modifié d'après DNB 2017, Pondicherry.

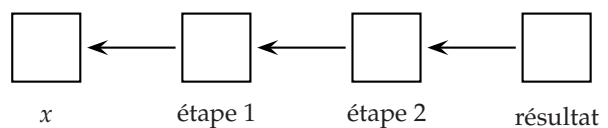
- 1) Amélie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ». Pour cela, remplir le diagramme suivant :



- 2) Que dit le programme si Amélie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?



- 3) Amélie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ». Quel nombre a-t-elle choisi au départ ?



- 4) Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme.