

Périmètres et aires

Connaissances et compétences associées

- ▶ Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, exprimer les résultats dans les unités adaptées.
- ▶ Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.
- ▶ Effectuer des conversions d'unités.

ACTIVITÉ 1 Curvica

Curvica est un jeu puzzle avec 24 pièces inventé par Jean Fromentin en 1982 afin de travailler sur les notions de périmètre, d'aire et de symétrie, entre autres!

Objectif : différencier aire et périmètre, comparer des périmètres, comparer des aires.

Phases à partir de la fiche CURVICA :

- 1) tracer deux figures ayant même aire mais des périmètres différents ;
- 2) tracer deux figures ayant même périmètre mais des aires différentes ;
- 3) tracer deux figures ayant même aire et même périmètre.

Source : Yves Martin. Curvica - activités mathématiques ludiques. 2015, pp.75. hal-01502901

DÉBAT 2 Le système international des unités (SI)

En 1795, il existe en France plus de sept-cents unités de mesures différentes qui varient d'une ville à l'autre. Source d'erreurs et de fraudes lors des transactions commerciales, cette situation porte préjudice au développement des sciences. Politiques et scientifiques vont tenter de réformer cet état de fait : leur idée est d'assurer l'invariabilité des mesures en les rapportant à un étalon universel emprunté à un phénomène naturel. Le 26 mars 1791 naît le mètre (du grec *metron*, mesure), dont la longueur est établie comme égale à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. L'unité de mesure de base étant déterminée, il suffit désormais d'établir toutes les autres unités de mesure qui en découlent : le mètre carré et le mètre cube, le litre, le gramme... Le système international des unités (SI) est officiellement né en 1960, il permet de rapporter toutes les unités de mesure à un petit nombre d'étalons fondamentaux. Les seuls pays à ne pas avoir adopté, de manière officielle, le système métrique sont le Liberia, la Birmanie et les États-Unis.

1. Longueur et périmètre

On peut mesurer une longueur grâce au mètre (m) et à toutes les unités qui en découlent. Pour désigner les multiples ou les subdivisions des mesures, on utilise les préfixes :

Préfixe	kilo	hecto	déca		déci	centi	milli
Signification	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Abréviation	k	h	da		d	c	m
Unité de longueur	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Exemple		9	7	3	2	1	

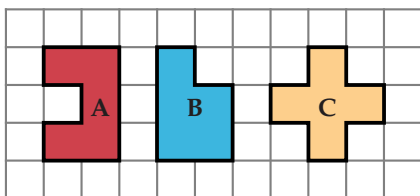
Ainsi, pour convertir d'une unité à l'autre, on multiplie ou on divise par 10, 100, 1 000, ...

Exemple $973,21 \text{ m} = 9\,732,1 \text{ dm} = 9,7321 \text{ hm} = 973\,210 \text{ mm}$.

PROPRIÉTÉ : Périmètre d'un polygone

Pour calculer le périmètre d'un polygone, on additionne la mesure de chacun des segments qui le compose.

Exemple



Correction

On choisit comme unité de longueur le côté d'un carreau :

- le périmètre de la figure A vaut 12;
- le périmètre de la figure B vaut 10;
- le périmètre de la figure C vaut 12.

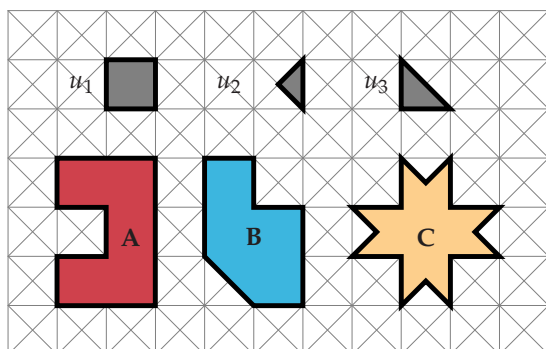
2. Surface et aire

DÉFINITION : Surface, aire

La **surface** d'une figure est la partie située à l'intérieur de son contour.

Sa mesure s'appelle l'**aire**, qui est le nombre d'unités d'aire que la figure contient.

Exemple



Correction

Lorsque l'on n'a pas une unité d'aire entière, soit :

- on prend une partie de l'unité d'aire
la moitié = $\frac{1}{2} = 0,5$; le quart = $\frac{1}{4} = 0,25$...
- on « découpe » une partie de la figure afin de la déplacer ailleurs pour former une unité d'aire.

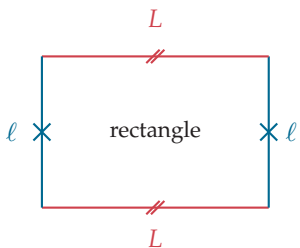
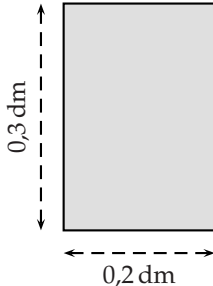
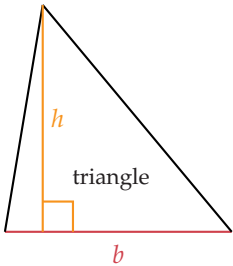
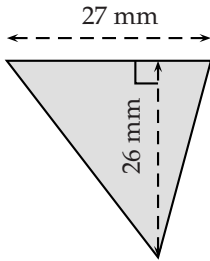
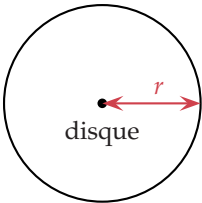
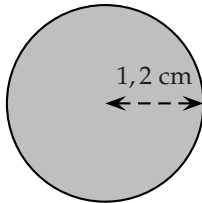
Unité	fig. A	fig. B	fig. C
u_1	5	4,5	4
u_2	20	18	16
u_3	10	9	8

Pour désigner une aire, on utilise le mètre carré (m²) et ses multiples et sous-multiples. Pour les mesures agraires, on utilise l'are (a) qui équivaut à 100 m² et l'hectare (ha) qui vaut 100 ares, c'est-à-dire 10 000 m².

km ²		hm ²		dam ²		m ²		dm ²		cm ²		mm ²	
					3	7	0	1	5	0	4		

Exemple 370,150 4 m² = 37 015,04 dm² = 370 150 400 mm² = 3,701 504 dam²...

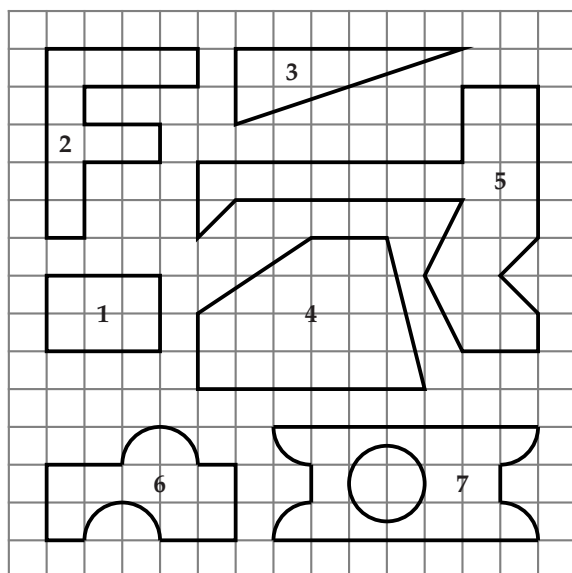
3. Périmètres et aires usuelles

Figure plane	Mesures	Exemple	Calcul
 <p>rectangle</p>	$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$ $\mathcal{A} = L \times \ell$		$\mathcal{P} = 2 \times (0,2 \text{ dm} + 0,3 \text{ dm}) = 1 \text{ dm}$ $\mathcal{A} = 0,2 \text{ dm} \times 0,3 \text{ dm} = 0,06 \text{ dm}^2$
Pour le cas particulier du carré, on a $\mathcal{P} = 4c$ et $\mathcal{A} = c^2$ où c est la mesure du côté du carré.			
 <p>triangle</p>	$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$		$\mathcal{A} = \frac{27 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}}{2} = 351 \text{ mm}^2$
Dans le cas du triangle rectangle, on choisit comme base et comme hauteur les deux côtés de l'angle droit.			
 <p>disque</p>	$\mathcal{P} = 2\pi r$ $\mathcal{A} = \pi r^2$		$\mathcal{P} = 2\pi \times 1,2 \text{ cm} \approx 7,54 \text{ cm}$ $\mathcal{A} = \pi \times (1,2 \text{ cm})^2 \approx 4,52 \text{ cm}^2$

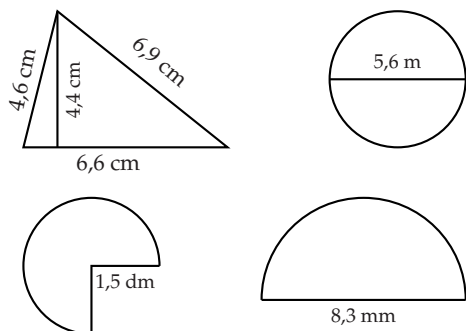
Entraînement

Calculer des aires et des périmètres

1 Sachant que l'unité de longueur est la longueur d'un côté de carreau et que l'unité d'aire est le carreau, déterminer l'aire de chaque figure suivante ainsi que le périmètre des figures 1 et 2.



2 Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, exprimer le résultat en cm^2 et cm à l'unité près.

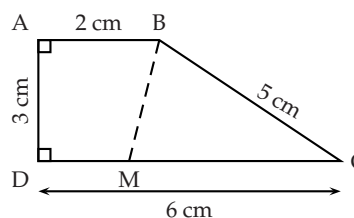


Problèmes

3 Résoudre les petits problèmes suivants :

- 1) Quelle est l'aire d'un carré de périmètre 32 cm ?
- 2) Quel est le périmètre d'un rectangle de largeur 6 m et d'aire 48 m^2 ?
- 3) L'aire d'un triangle rectangle est 6 cm^2 et son périmètre est 12 cm. Quelles sont les longueurs de ses trois côtés, sachant que ce sont des nombres entiers de centimètres ?

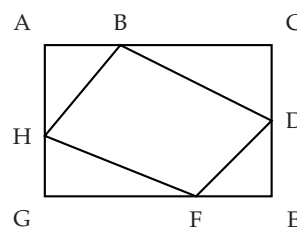
4 On considère la figure suivante :



- 1) Déterminer la position du point M pour que le périmètre du quadrilatère ABMD soit égal au périmètre du triangle BCM.
- 2) Place en rouge le point M tel que ABMD soit un rectangle. Calculer alors les aires du rectangle ABMD et du triangle BMD. Que remarque-t-on ?

5 Sachant que $AB = 9 \text{ cm}$;

- $BC = 21 \text{ cm}$;
 $CD = 11 \text{ cm}$;
 $DE = 9 \text{ cm}$;
 $EF = 11 \text{ cm}$;
 $GH = 7 \text{ cm}$.

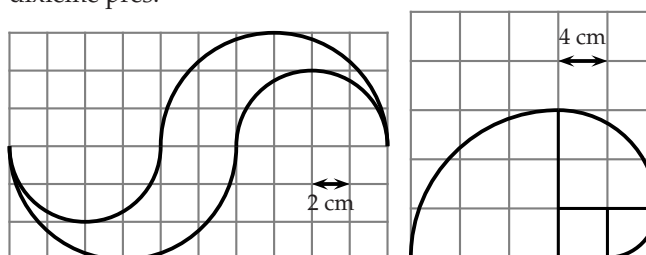


- 1) Calculer le périmètre du rectangle ACEG.
- 2) Calculer l'aire du quadrilatère BDFH.

6 Le drapeau suisse est constitué d'un fond rouge et d'une croix blanche en son centre. On sait que la largeur et la longueur de chaque trait blanc sont respectivement de 4 cm et 15 cm, et que la largeur et la longueur du drapeau sont respectivement de 20 cm et 35 cm.

- 1) Dessiner le drapeau suisse à l'échelle $1/5^e$.
- 2) Calculer l'aire de la surface blanche du drapeau.
- 3) Calculer l'aire de la surface rouge du drapeau.
- 4) Calculer le périmètre de la surface blanche du drapeau.

7 Calculer l'aire et le périmètre de chaque figure. Donner la valeur exacte et une valeur approchée au dixième près.

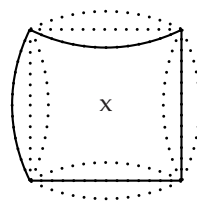
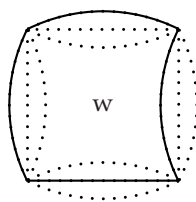
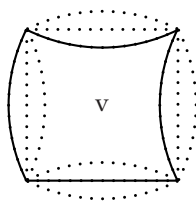
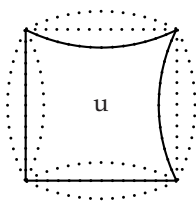
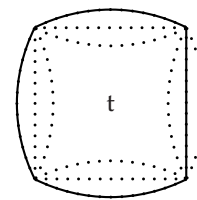
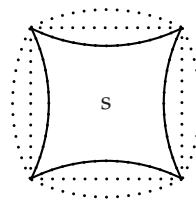
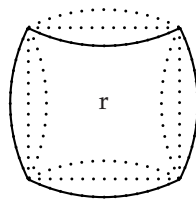
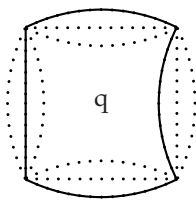
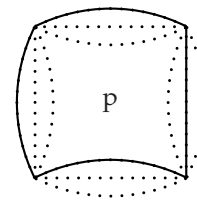
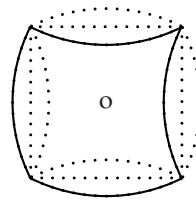
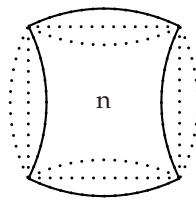
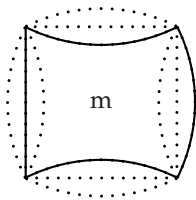
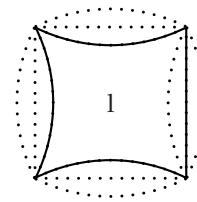
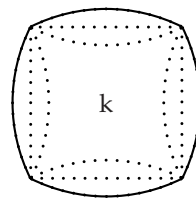
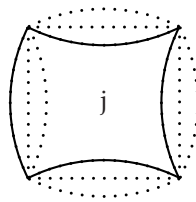
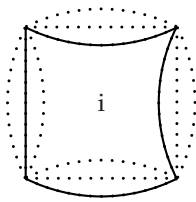
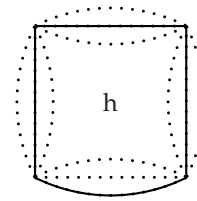
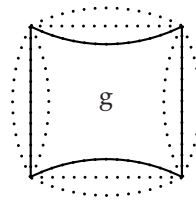
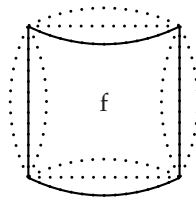
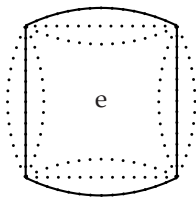
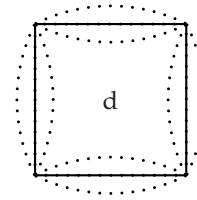
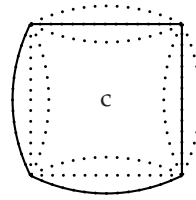
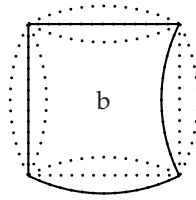
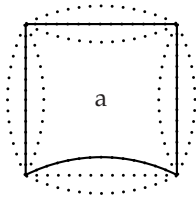


D'après Les cahier Sésamath 6e. Magnard-Sesamath 2017



Le retour du Curvica!

Il existe 24 formes possibles de Curvica non superposables :



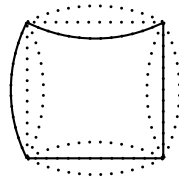
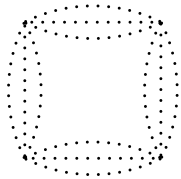


Défis	Réponses	Points
Niveau facile		4 pts
1. Trouver la pièce dont l'aire est la plus grande.		
2. Trouver la pièce dont le périmètre est le plus petit.		
3. Assembler deux pièces pour obtenir un rectangle.		
4. Trouver la pièce de plus grand périmètre et de plus petite aire.		
5. Trouver une pièce ayant un seul axe de symétrie.		
6. Trouver une pièce ayant exactement deux axes de symétrie.		
7. Trouver deux pièces de même périmètre mais d'aires différentes.		
Niveau moyen		8 pts
8. Trouver deux pièces de même aire mais de périmètres différents.		
9. Trouver deux pièces de même aire et de même périmètre.		
10. Assembler quatre pièces pour obtenir un carré.		
11. Trouver deux pièces ayant même aire, même périmètre et au moins un axe de symétrie chacune.		
12. Trouver deux pièces dont l'une a un périmètre plus grand que l'autre mais une aire plus petite.		
13. Assembler deux pièces pour obtenir une figure dont l'aire et le périmètre sont les plus grands possibles.		
Niveau difficile		12 pts
14. Trouver deux pièces ayant ni axe de symétrie, ni même périmètre, ni même aire.		
15. Assembler deux pièces pour obtenir une figure dont le périmètre est le plus grand possible mais avec une aire la plus petite possible.		
16. Assembler cinq ou six pièces pour obtenir un rectangle.		
Total sur 100 pts		

CURVICA

Prénom

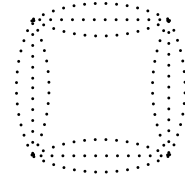
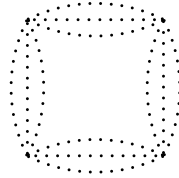
À partir d'un carré, on obtient une pièce du puzzle Curvica en « creusant », en « bombant » ou en « laissant droit » les côtés. Par exemple, voici une pièce de Curvica :



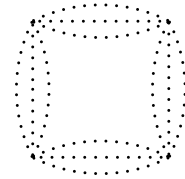
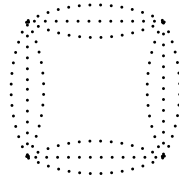
*tous les arcs de cercles
(creusés et bombés) reliant
deux sommets du carré
sont superposables.*

Construire deux pièces différentes (non superposables par rotation, déplacement ou retournement) telles que :

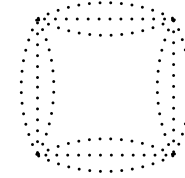
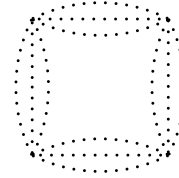
les deux pièces ont la même aire
mais des périmètres différents



les deux pièces ont le même périmètre
mais des aires différentes.



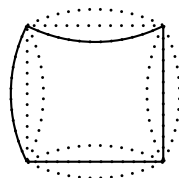
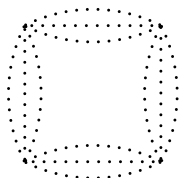
les deux pièces ont le même périmètre
et la même aire



CURVICA

Prénom

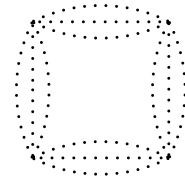
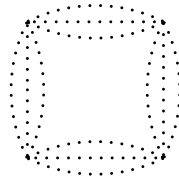
À partir d'un carré, on obtient une pièce du puzzle curvica en « creusant », en « bombant » ou en laissant droit les côtés. Par exemple, voici une pièce de Curvica :



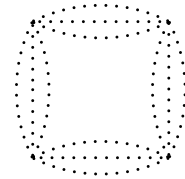
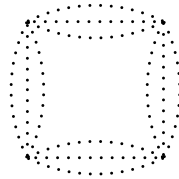
*tous les arcs de cercles
(creusés et bombés) reliant
deux sommets du carré
sont superposables.*

Construire deux pièces différentes (non superposables par rotation, déplacement ou retournement) telles que :

les deux pièces ont la même aire
mais des périmètres différents.



les deux pièces ont le même périmètre
mais des aires différentes.



les deux pièces ont le même périmètre
et la même aire.

