

Multiples et diviseurs

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- ▶ Utiliser un critère de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10.
- ▶ Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité.

ACTIVITÉ 1 Un peu de calcul mental !

Le but est de remplir des tables de multiplication « trouées » en croisant des calculs grâce à un travail de recherche de multiples ou de diviseurs pour chaque case.

Objectifs : calculer mentalement des multiplications et des divisions ; résoudre un problème de calcul mental ; compléter un tableau à double entrée.

Phases à partir de la fiche LES MULTIPLICATIONS INCOMPLÈTES.

- 1) Niveau 1 : les tableaux comportent 2 lignes et 2 colonnes de calculs, les tables à connaître sont les tables de 2 à 9, les calculs sont assez évidents.
- 2) Niveau 2 : les tableaux comportent 3 lignes et 3 colonnes de calculs, les tables à connaître sont les tables de 2 à 9, les calculs sont assez évidents.
- 3) Niveau 3 : les tableaux comportent 3 lignes et 3 colonnes de calculs, les tables à connaître sont les tables de 2 à 9, la solution demande un peu plus de stratégie.
- 4) Niveau 4 : les tableaux comportent 3 lignes et 3 colonnes de calculs, les nombres peuvent dépasser 100.

Source : *Le calcul mental au quotidien*, François Boule, Scérén, 2012.

DÉBAT 2 La division euclidienne

Le nom de *division euclidienne* est un hommage rendu à **Euclide** (300 av. J.-C.), mathématicien grec qui en explique le principe par soustractions successives dans son œuvre *Les éléments*. Mais elle apparaît très tôt dans l'histoire des mathématiques, par exemple dans les mathématiques égyptiennes, babyloniennes et chinoises.

1. Multiples et diviseurs

Rappel : effectuer une division euclidienne d'un **dividende** a par un **diviseur** b , c'est trouver deux entiers appelés **quotient** q et **reste** r tels que $a = b \times q + r$ où $r < b$.

Dans l'exemple ci-contre, on peut écrire : $123 = 5 \times 24 + 3$.

$$\begin{array}{r}
 \text{dividende} \\
 \downarrow \\
 123 \quad | \quad 5 \quad \leftarrow \text{diviseur} \\
 - 10 \quad | \quad 24 \quad \leftarrow \text{quotient} \\
 \hline
 23 \\
 - 20 \\
 \hline
 3 \quad \leftarrow \text{reste}
 \end{array}$$

■ DÉFINITION : Multiple, diviseur

a et b sont deux nombres entiers. Lorsque le reste de la division de a par b est égal à 0, on dit que a est un **multiple** de b , ou que b est un **diviseur** de a , ou encore que a est **divisible** par b .

Exemple

- 15 est un multiple de 3 car $15 = 3 \times 5 + 0$, on peut aussi dire que 3 est un diviseur de 15, ou que 15 est divisible par 3.
- 17 n'est pas un multiple de 3 car $17 = 3 \times 5 + 2$.
- Les diviseurs de 24 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 24.
- Il y a une infinité de multiples de 18, comme par exemple 18 ; 36 ; 54 ; 180...

2. Critères de divisibilité

■ PROPRIÉTÉ : Critères de divisibilité

- un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 ;
- un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ;
- un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9 ;
- un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemple

- 252 et 253 sont-ils divisibles par 3 ?
- 52 362 et 52 363 sont-ils divisibles par 9 ?

Correction

- $2 + 5 + 2 = 9$ est multiple de 3 donc, 252 est divisible par 3.
 $2 + 5 + 3 = 10$ n'est pas multiple de 3 donc, 253 n'est pas divisible par 3.
- $5 + 2 + 3 + 6 + 2 = 18$ est multiple de 9 donc, 52 362 est divisible par 9.
 $5 + 2 + 3 + 6 + 3 = 19$ n'est pas multiple de 9 donc, 52 363 n'est pas divisible par 9.

REMARQUE : Pour savoir si un nombre est divisible par 3, on peut calculer la somme des chiffres du nombre obtenu jusqu'à ce que l'on trouve un seul chiffre :
pour 563 387 981, on calcule : $5 + 6 + 3 + 3 + 8 + 7 + 9 + 8 + 1 = 50$. Puis on calcule $5 + 0 = 5$.
5 n'est pas divisible par 3 donc, 563 387 981 n'est pas divisible par 3.

Division euclidienne

1 Effectuer les divisions euclidiennes de 307 par 7 puis de 13 758 par 25.

2 On donne les égalités :

$$415 = 7 \times 59 + 2 \text{ et } 56 \times 57 = 3192.$$

Sans effectuer de calculs, donner le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes.

- 1) 415 par 7 3) 415 par 59
2) 3 192 par 56 4) 3 192 par 57

3 Résoudre les problèmes suivants :

- 1) 6 798 supporters d'un club de rugby doivent faire un déplacement en car pour soutenir leur équipe. Chaque car dispose de 55 places. Combien de cars faut-il réserver ?
- 2) Des stylos sont conditionnés par boîte de 40. Marie a 2 647 stylos. Combien lui en manque-t-il pour avoir des boîtes entièrement remplies ?
- 3) Trois amis participent à une chasse au trésor et trouvent 1 419 pièces en chocolat. Si le partage est équitable, combien de pièces en chocolat auront-ils chacun ? Ilya arrive et leur rappelle que c'est lui qui leur a prêté sa boussole. Il exige donc d'avoir la même part que chacun des trois autres plus les pièces restantes. Combien de pièces recevra-t-il ?

Multiples et diviseurs

4 Répondre aux questions suivantes en justifiant :

- 1) 4 est-il un diviseur de 28 ?
2) 32 est-il un multiple de 6 ?
3) 4 divise-t-il 18 ?

5 Ecrire :

- 1) La liste des dix premiers multiples de 6.
2) Cinq multiples de 11.
3) Tous les multiples de 13 inférieurs à 80.
4) Le plus grand multiple de 12 inférieur à 75.
5) Le plus grand multiple de 36 inférieur à 100.
6) Le plus petit multiple de 9 supérieur à 1 200.
7) Le plus petit multiple de 14 supérieur à 710 ?
8) Le plus petit diviseur de 2 019.
9) Le plus grand diviseur de 2 020.

6 Répondre aux questions suivantes :

- 1) a) Écrire tous les multiples de 3 inférieurs à 41.
b) Écrire tous les multiples de 5 inférieurs à 41.
c) Entourer les multiples communs à 3 et 5.
2) a) Écrire tous les multiples de 4 inférieurs à 50.
b) Écrire tous les multiples de 6 inférieurs à 50.
c) Entourer les multiples communs à 4 et 6.
3) a) Écrire tous les diviseurs de 16.
b) Écrire tous les diviseurs de 20.
c) Entourer les diviseurs communs à 16 et 20.
4) Que remarque-t-on dans chacun des cas ?

7 Trouver tous les diviseurs des nombres suivants : 14, 40, 48 et 2 037.

Critères de divisibilité

8 Les nombres 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139 sont-ils divisibles par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ?

9 Colorie le chemin pour aller de la case 99 à la case 108 en ne passant que par des nombres divisibles par 9, horizontalement et verticalement.

99	27	7875	934	117	9999	63	8321	69	
	980	1116	128	9000	777	4455	109	675	
	732	8784	666	7866	304	963	124	946	
	132	678	418	456	2044	7272	1070	6666	
	1152	4200	82	1035	3303	54	5543	765	
	4778	354	4779	234	9001	1117	208	89	
	810	888	7200	998	632	5544	36	945	
	101	7001	6669	8757	207	1071	2350	2358	108

10 Je suis un nombre impair à 2 chiffres sans 2 dans mon écriture. Je ne suis pas divisible par 5 mais je suis un multiple de 9. Qui suis-je ?

11 Répondre par vrai ou faux en justifiant.

- 1) Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9.
2) Tout nombre divisible par 9 est divisible par 3.
3) Tout nombre divisible par 2 et 3 est divisible par 5.
4) Tout nombre dont le chiffre des unités est 2 est divisible par 2.
5) Tout nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.

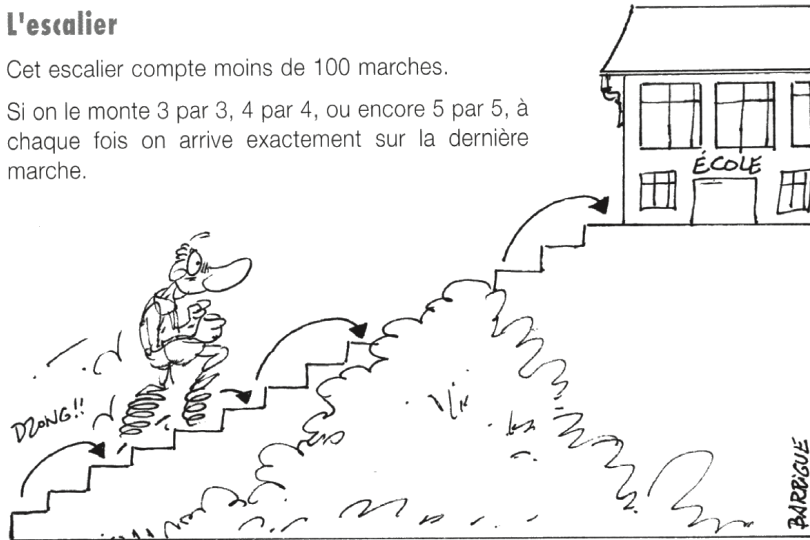
D'après Le manuel Sésamath de cycle 4. Magnard-Sesamath 2016

Sauriez-vous résoudre ce problème ouvert proposé à des élèves de 5^e primaire, en Suisse ?

L'escalier

Cet escalier compte moins de 100 marches.

Si on le monte 3 par 3, 4 par 4, ou encore 5 par 5, à chaque fois on arrive exactement sur la dernière marche.



Arriverait-on exactement sur la dernière marche de cet escalier si on le montait :

- a) en sautant 6 marches à la fois ?
- b) en sautant 8 marches à la fois ?
- c) en sautant 5 marches, puis 7, à nouveau 5, puis 7, et ainsi de suite ?
- d) en sautant 3 marches, puis 4, à nouveau 3, puis 4, et ainsi de suite ? et en sautant d'abord 4 marches ?

LES MULTIPLICATIONS INCOMPLÈTES

Prénom

Compléter ces tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases.

Les nombres sont tous strictement positifs, il ne peut pas y avoir deux fois le même nombre sur une même colonne ou une même ligne et seul le niveau 4 possède des nombres à trois chiffres.

Niveau 1

×		
		24
	25	30

×		7
		21
4	8	

×	6	
	24	32
	36	

×	3	
		18
5		45

Niveau 2

×	2		
		9	
	8		
	16		56

×	2		
4		16	
			35
9	18		45

×		7	
	12		32
			64
		63	72

Niveau 3

×		3	
	20		
		18	
		6	4

×			7
2			14
	72	54	
	40		35

×			
	18		15
		64	
		32	

Niveau 4

×			10
	20	8	
	35		70
			100

×			
		45	
	28		
	44		99

×		13	
		65	
	42		49
	72		84