

# Proportionnalité

## Connaissances et compétences abordées

- ▶ Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.
- ▶ Reproduire une figure en respectant une échelle donnée.

### ACTIVITÉ 1 Le puzzle de Brousseau

Cette activité a été proposée par Guy Brousseau, didacticien des mathématiques français. Il s'agit, en groupe, d'effectuer l'agrandissement d'une figure, c'est donc une situation de proportionnalité dans un cadre géométrique.

**Objectifs :** mettre en œuvre un ou des moyens pour résoudre un problème d'agrandissement ; reproduire une figure géométrique en respectant ses mesures ; rendre compte d'un travail en groupe.

**Phases** à partir de la fiche LE PUZZLE DE BROUSSEAU... LIGHT !

- 1) Les élèves sont en groupes, ils reçoivent le puzzle qu'ils doivent agrandir : le segment qui mesure 4 cm sur la feuille devra mesurer 6 cm après agrandissement. Le groupe doit se mettre d'accord sur la procédure à adopter.
- 2) Les élèves se répartissent le travail : il y a quatre pièces à mesurer et à dessiner.
- 3) Lorsque les pièces sont dessinées, les élèves reconstituent le puzzle, s'il ne « ferme » pas, c'est qu'il y a une ou des erreurs.
- 4) Un compte-rendu pas groupe est élaboré et expliqué au reste de la classe.

### DÉBAT 2 Ces affreux pourcentages !

Deux vidéos montrant des informations erronées à propos de pourcentages dans des journaux d'information.

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque l'on obtient les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. On peut représenter ces grandeurs dans un tableau.

## 1. Procédures de proportionnalité

Dans tout le cours, on considère le problème suivant dans laquelle les stylos sont identiques et de même valeur :

Si 4 stylos coûtent 10 €, combien coûtent 12 stylos ?

### ■ PROPRIÉTÉ : Additivité ou linéarité additive

$\uparrow + \uparrow = \uparrow$				
4	5	9	18	6
10	12,5	22,5	45	15
$\downarrow + \downarrow = \downarrow$				

On cherche des relations d'addition/soustraction.  
 Dans la première ligne on peut dire que  $4 + 5 = 9$ .  
 Dans la ligne du dessous, on a également  $10 + 12,5 = 22,5$ .

**Exemple** Si 4 stylos coûtent 10 €, alors  
 12 stylos = 4 stylos + 4 stylos + 4 stylos coûtent  $10 \text{ €} + 10 \text{ €} + 10 \text{ €} = 30 \text{ €}$ .

### ■ PROPRIÉTÉ : Homogénéité ou linéarité multiplicative

$\times 2 \downarrow \div 3 \downarrow$				
4	5	9	18	6
10	12,5	22,5	45	15
$\times 2 \uparrow \div 3 \uparrow$				

On cherche des relations de multiplication/division.  
 Dans la première ligne on a  $9 \times 2 = 18$  et  $18 \div 3 = 6$ .  
 Et dans la ligne du dessous :  $22,5 \times 2 = 45$  et  $45 \div 3 = 15$ .

**Exemple** Si 4 stylos coûtent 10 €, alors 12 stylos =  $3 \times 4$  stylos coûtent  $3 \times 10 \text{ €} = 30 \text{ €}$ .

### ■ PROPRIÉTÉ : Passage par l'unité

$\div 4 \downarrow \times 12 \downarrow$			
stylos	4	1	12
prix en €	10	2,5	30
$\div 4 \uparrow \times 12 \uparrow$			

On cherche le prix pour une unité.  
 Dans la première ligne on a  $4 \div 4 = 1$  puis  $1 \times 12 = 12$ .  
 Dans la ligne du dessous,  $10 \div 4 = 2,5$  et  $2,5 \times 12 = 30$ .

**Exemple** Si 4 stylos coûtent 10 €, alors 1 stylo coûte 4 fois moins cher soit  $10 \text{ €} \div 4 = 2,5 \text{ €}$   
 et 12 stylos coûtent 12 fois plus, donc  $12 \times 2,5 \text{ €} = 30 \text{ €}$ .

### ■ PROPRIÉTÉ : Coefficient de proportionnalité

stylos	4	12
prix en €	10	30

× 2,5

Le coefficient de proportionnalité est l'unique coefficient multiplicateur permettant de passer d'une grandeur à une autre.

**Exemple** Si 4 stylos coûtent 10 €, le coefficient de proportionnalité est de 2,5 car  $4 \times 2,5 = 10$ .  
Alors, 12 stylos coûtent 30 € car  $12 \times 2,5 = 30$ .

## 2. Reconnaître une situations de proportionnalité

### MÉTHODE 1 Proportionnel ou pas ?

Pour reconnaître des grandeurs proportionnelles on peut vérifier qu'il existe un coefficient de proportionnalité entre ces grandeurs.

#### Exercice d'application

- Le périmètre d'un cercle est-il proportionnel à son rayon ?
- L'aire d'un disque est-elle proportionnelle à son rayon ?

#### Correction

- On a  $p = 2\pi r = \boxed{2\pi} \times r$ .  
 $2\pi$  est un coefficient constant, le périmètre est donc bien proportionnel à son rayon.
- On a  $A = \pi r^2 = \boxed{\pi r} \times r$ .  
 $\pi r$  varie en fonction de  $r$ , l'aire n'est donc pas proportionnelle à son rayon.

**Exercice d'application** Ces deux tableaux  $T_1$  et  $T_2$  sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

$T_1$	10	22	30
	12	26,4	36

$T_2$	10	22	30	45
	12	26,4	36	56

**Correction** On calcule tous les quotients :

$$\frac{12}{10} = 1,2 ; \quad \frac{26,4}{22} = 1,2 ; \quad \frac{36}{30} = 1,2 ; \quad \frac{56}{45} \approx 1,24.$$

- $T_1$  est un tableau de proportionnalité de coefficient de proportionnalité 1,2.
- $T_2$  n'est pas un tableau de proportionnalité car le dernier quotient n'est pas égal aux autres.

# Entraînement

## Situations proportionnelles ?

- 1** Résoudre des problèmes quand c'est possible.
- 1) Une moto consomme en moyenne 4 litres d'essence pour 100 kilomètres.  
Quelle est sa consommation pour 350 kilomètres?
  - 2) Jane a 11 ans et son père 35 ans.  
Quand Jane aura 33 ans, quel sera l'âge de son père?
  - 3) Théo pèse 32 kg à 10 ans.  
Combien pèsera-t-il à 20 ans?
  - 4) Le prix d'un kilogramme de pommes est 1,50 €.  
Quel est le prix de 5 kilogrammes de pommes?
  - 5) Un robinet remplit 8 seaux de 10 litres chacun en deux minutes.  
Quelle est la quantité d'eau écoulée en une heure?
  - 6) Un ticket de bus coûte 1,20 € et un carnet de 10 tickets vaut 11 €. Quel est le prix minimum pour acheter exactement 32 tickets?

- 2** Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité?

1)

10	15	30
15	25	50

2)

20	60	80
50	150	200

3)

123,35	1 354,76
765,87	1 236,23

4)

9	10	13
9,9	11	14,3

- 3** Compléter ces tableaux de proportionnalité.

1)

1	12	8	
		24	75

↓ × ...

2)

			60
3	10	26	

↓ ÷ 5

## Problèmes de proportionnalité

- 4** La pâtissière a pesé ses beignets et a trouvé que 2 beignets pèsent 300 g et 3 beignets pèsent 450 g.
- 1) Combien pèsent 5 beignets ?
  - 2) Combien pèsent 6 beignets ?
  - 3) Combien pèsent 10 beignets ?
- 5** Pour télécharger un fichier de 40 Mo (mégaoctets), un ordinateur met 80 s.
- 1) Combien de temps lui faut-il pour télécharger un fichier de 1 Mo ?
  - 2) Quelle est la taille d'un fichier téléchargé en une seconde ?
- 6** Un robinet laisse échapper de façon continue trois litres d'eau en deux heures.
- 1) Quelle quantité d'eau se sera écoulée au bout d'une demi-journée ?
  - 2) Quel temps s'est écoulé pour laisser s'échapper 51 L ?
- 7** Pour réaliser 30 crêpes, il faut 500 g de farine, 6 œufs, 1 litre de lait et 50 g de beurre.
- 1) Quelles quantités d'ingrédients sont nécessaires pour réaliser 15 crêpes ?
  - 2) Même question pour réaliser 75 crêpes.
  - 3) Combien de crêpes, au maximum, peut-on réaliser avec 400 g de farine, 4 œufs, 400 mL de lait et 40 g de beurre ?
- 8** Pour 4,25 €, j'ai acheté cinq baguettes de pain. Pour 5,95 €, j'aurais eu sept baguettes. Le prix payé est proportionnel au nombre de baguettes.  
Sans calculer le prix d'une baguette, calculer :
- 1) Le prix de douze baguettes ?
  - 2) Le prix de deux baguettes ?
  - 3) Le prix de trois baguettes ?
  - 4) Le prix de quinze baguettes ?
- 9** Trois professeurs de mathématiques ont corrigé cent copies en deux heures.
- 1) Combien de professeurs faudrait-il pour corriger 50 copies en 20 minutes ?
  - 2) Combien de temps mettraient 9 professeurs pour corriger ces 100 copies ?

Source : Les cahiers Sésamath 6<sup>e</sup>. Magnard-Sésamath 2017.



*La Vierge à l'enfant avec Sainte Anne*  
1508-1510  
Léonard de Vinci (1452-1519)  
Huile sur bois  
168cm × 130cm

## Sainte Anne et Léonard au Bureau !

Pour décorer le bureau de leur entreprise, trois collaborateurs décident de s'offrir une copie de *la Vierge à l'enfant avec Sainte Anne* du grand Léonard de Vinci de la même taille que l'original. Le peintre engagé pour ce travail d'orfèvre leur facture le tableau 590,20 €.

Bien entendu une telle œuvre se doit d'être dignement encadrée. Aussi louent-ils les services d'un encadreur. Celui-ci tarife ses cadres en fonction de leur qualité et du périmètre de l'œuvre à encadrer. Pour mettre en valeur le tableau des collaborateurs, il leur conseille un superbe cadre Versailles à 55 € le mètre.



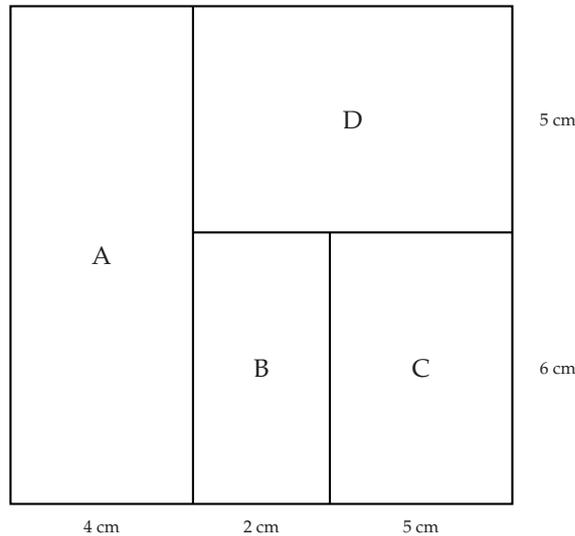
Source : ΣNiGMATH.TIC

# LE PUZZLE DE BROUSSEAU... LIGHT!

Prénom .....

Ci-dessous se trouve un puzzle avec des pièces rectangulaires dont les mesures sont indiquées (pas à taille réelle). Par groupes de quatre, vous allez devoir refaire le même puzzle mais en plus grand : il faudra s'accorder sur la procédure à adopter pour agrandir les éléments du puzzle, se répartir la construction des pièces en faisant les calculs individuellement puis assembler les morceaux pour reconstituer le puzzle agrandi. Le compte-rendu de vos recherches sera présenté sous la forme d'une affiche par groupe.

**Le segment de 4 cm devra mesurer 6 cm sur votre puzzle agrandi.**

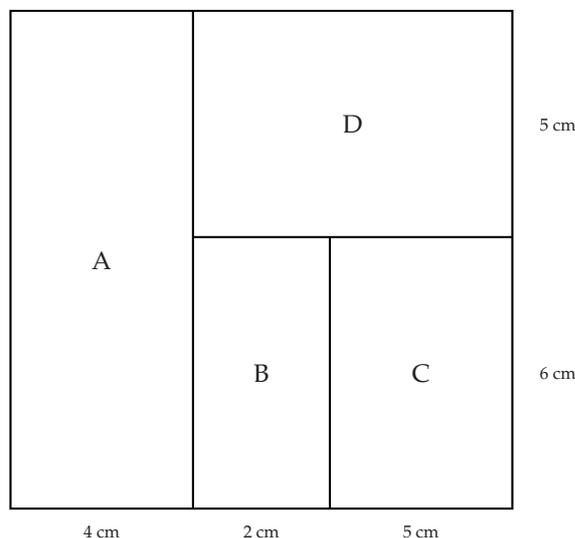


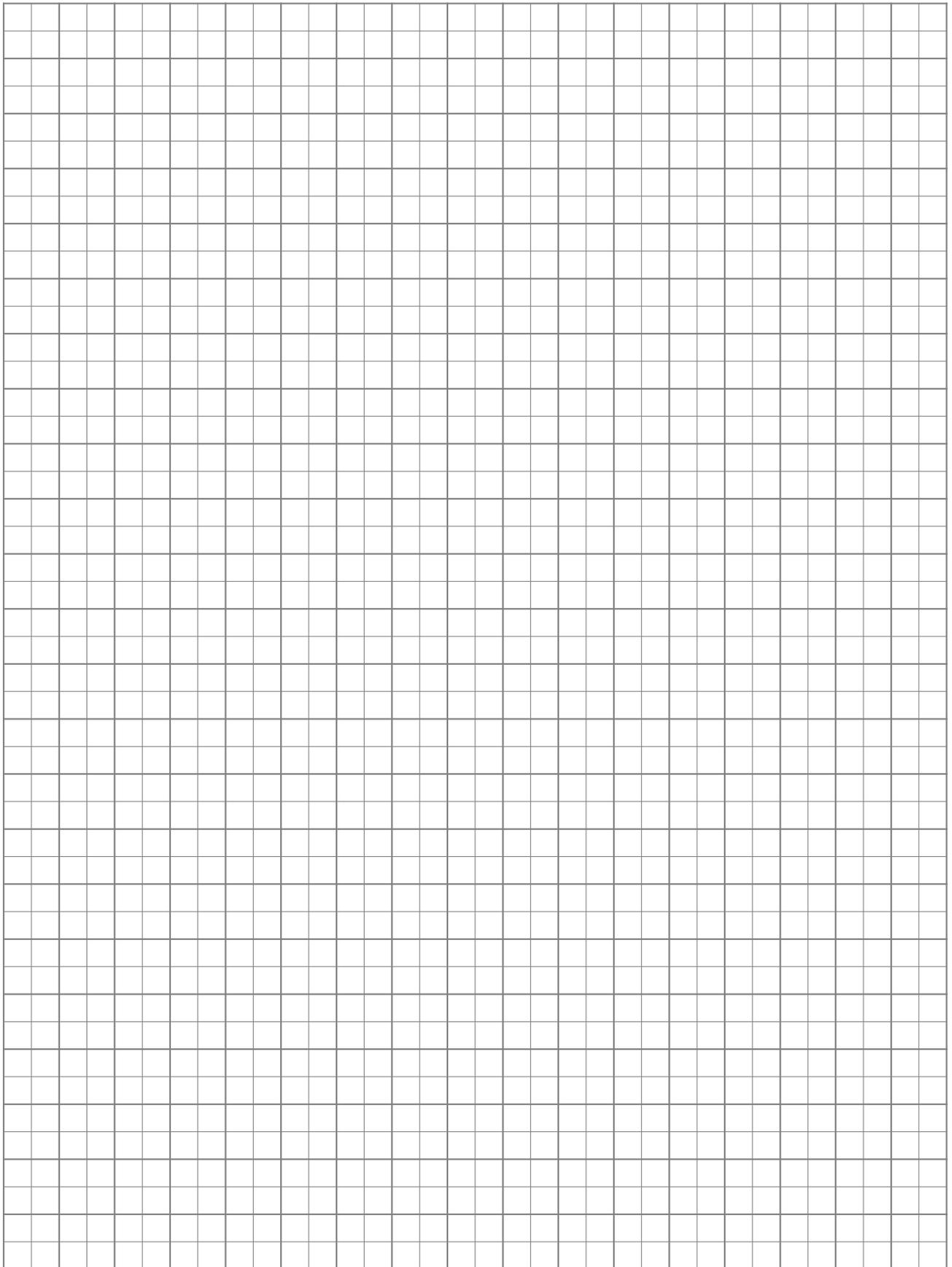
# LE PUZZLE DE BROUSSEAU... LIGHT!

Prénom .....

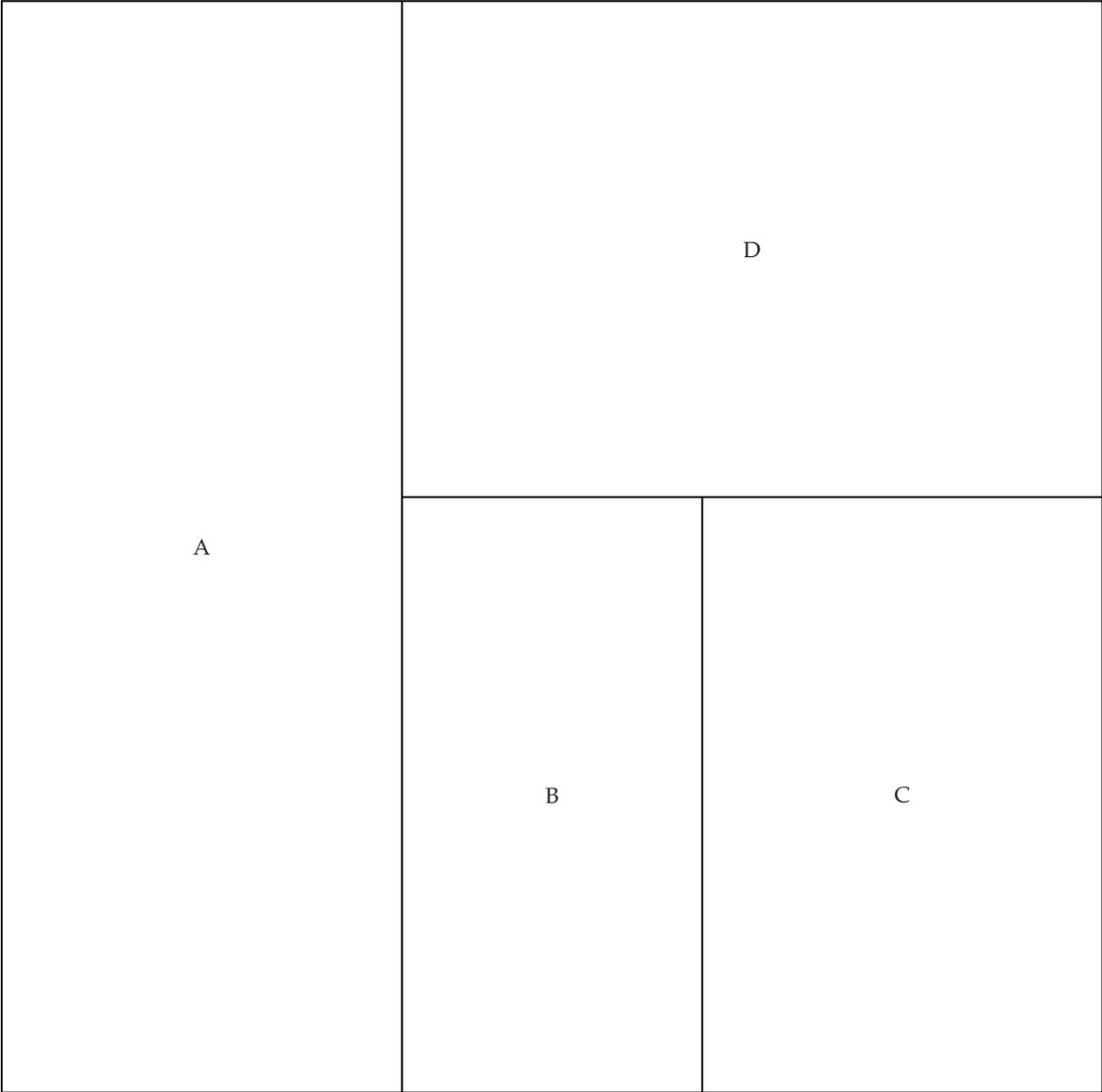
Ci-dessous se trouve un puzzle avec des pièces rectangulaires dont les mesures sont indiquées (pas à taille réelle). Par groupes de quatre, vous allez devoir refaire le même puzzle mais en plus grand : il faudra s'accorder sur la procédure à adopter pour agrandir les éléments du puzzle, se répartir la construction des pièces en faisant les calculs individuellement puis assembler les morceaux pour reconstituer le puzzle agrandi. Le compte-rendu de vos recherches sera présenté sous la forme d'une affiche par groupe.

**Le segment de 4 cm devra mesurer 6 cm sur votre puzzle agrandi.**





Correction, à taille réelle.



6 cm

3 cm

7.5 cm

7.5 cm

9 cm