

La symétrie axiale

Connaissances et compétences abordées

- ▶ Compléter une figure par symétrie axiale.
- ▶ Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une figure par rapport à un axe donnée sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
- ▶ Être capable de verbaliser/expliquer sa méthode de construction.
- ▶ Connaître les propriétés de conservation de la symétrie axiale et les utiliser pour raisonner.

ACTIVITÉ 1 Les napperons

Objectifs : reconnaître un axe de symétrie; construire une figure complexe par découpage à l'aide de symétries.

Phases à partir de la fiche LES NAPPERONS.

- 1) Les élèves doivent trouver un ou des axes de symétrie sur des napperons : la figure 1 possède un axe oblique (la diagonale), la seconde un axe vertical, la troisième un axe horizontal, la quatrième un axe horizontal et un axe vertical et la cinquième deux axes obliques (les diagonales).
- 2) La deuxième question propose aux élèves de créer leur propre napperon, et d'observer les effets des découpages sur le napperon.
- 3) Dans la troisième question, il est question d'axes de symétrie.
- 4) Enfin, un napperon est imposé et les élèves doivent en faire un semblable.

Source : inspiré de l'article Le napperon, un problème pour travailler la symétrie axiale, Grand N n°68, Marie-Lise Peltier, 2001.

DÉBAT 2 C'est WOW

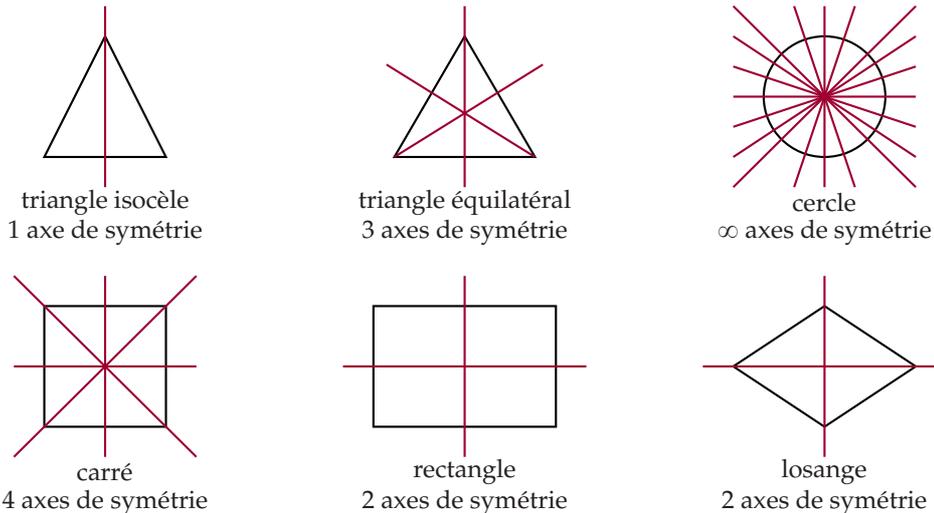
Vidéo d'une chaîne canadienne expliquant la géométrie d'une manière un peu farfelue : C'est WOW, la symétrie.
Vidéo de 1 : 00 à 5 : 00.

1. Axe de symétrie

■ DÉFINITION : Axe de symétrie

Une figure admet un **axe de symétrie** si elle se superpose par pliage le long de cet axe.

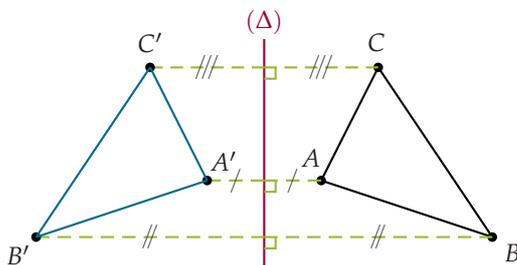
Exemple Les figures usuelles suivantes possèdent des axes de symétrie :



2. Symétrie axiale

■ DÉFINITION : Figure symétrique

Deux figures sont **symétriques** par rapport à un axe de symétrie si elles se superposent par pliage de long de cet axe.



On dit que les figures sont symétriques par rapport à la droite (Δ) .

La droite (Δ) est la médiatrice des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$.

■ PROPRIÉTÉ : Propriétés de conservation par symétrie axiale

Par une symétrie axiale d'axe (Δ) :

- un segment est transformé en un segment de même longueur ;
- un cercle est transformé en un cercle de même rayon ;
- un angle est transformé en un angle de même mesure ;
- une figure est transformée en une figure de même aire.

3. Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un axe

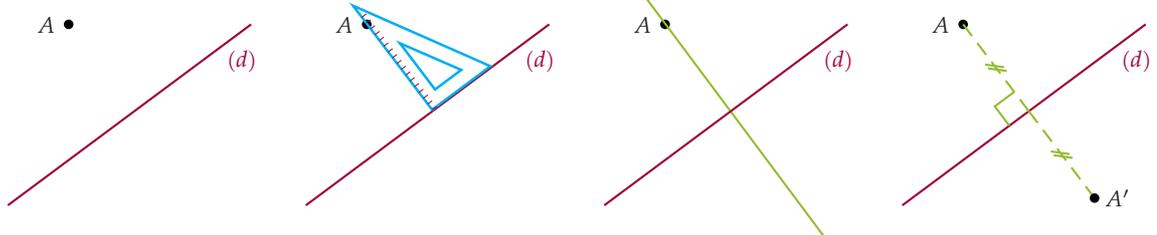
A. Symétrique d'un point

MÉTHODE 1

Pour tracer le symétrique d'un point par rapport à un axe, on peut :

- utiliser l'équerre et la règle ou le compas ;
- utiliser uniquement le compas ;
- utiliser un quadrillage.

Exercice d'application Équerre et règle graduée ou compas.



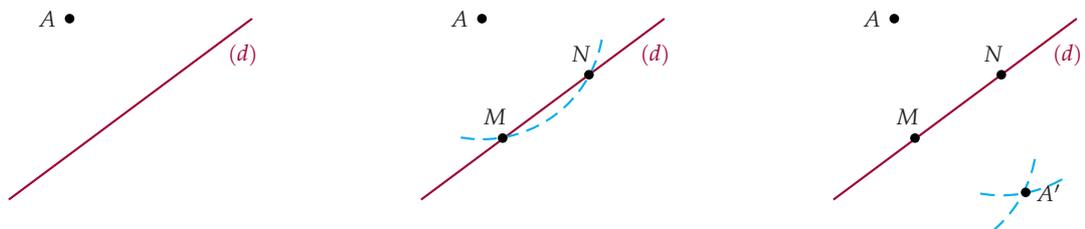
Pour construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d) ,

à l'équerre, on construit la perpendiculaire à la droite (d) passant par A ,

on prolonge la droite perpendiculaire de l'autre côté de (d) ,

on reporte la distance de A à la droite (d) de l'autre côté de la droite à la règle graduée ou au compas.

Compas uniquement.

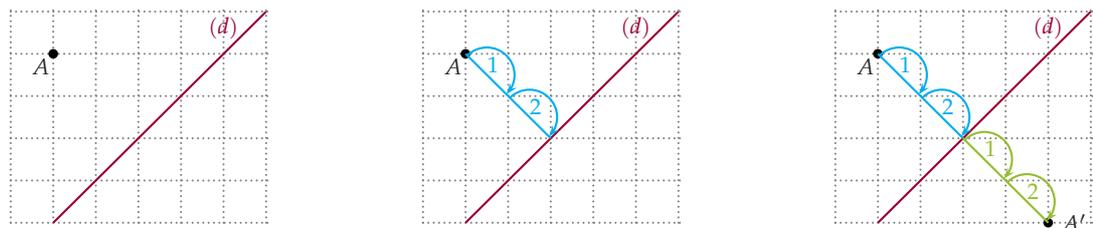


Pour construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d) ,

on choisit un écartement au compas et on trace un arc de cercle qui coupe (d) en deux points M et N ,

depuis chacun des points M et N , on trace un arc de cercle avec le même écart. Ils se coupent en A' .

Dans un quadrillage : si l'axe est horizontal ou vertical, il suffit de reporter le nombre de carreaux séparant le point de l'axe de l'autre côté de cet axe. Si le quadrillage est en diagonale :



Pour construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d) ,

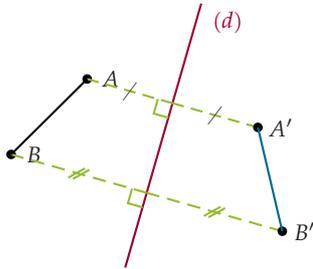
on compte le nombre de diagonales entre le point et la droite,

on reporte ce nombre de l'autre côté toujours en diagonal.

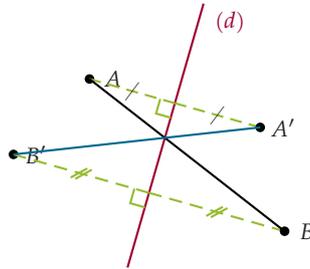
B. Symétrique d'une figure

Pour construire la figure symétrique d'une figure, on construit le symétrique des points qui la compose.

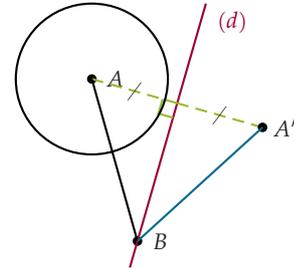
Symétrique d'un segment.



Le segment ne touche pas (d) .

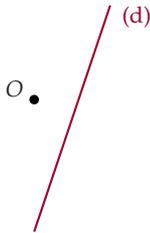


Le segment coupe la droite (d) .

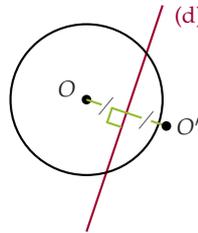


Le segment a un point sur (d) .

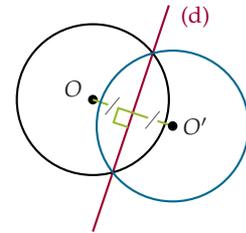
Symétrique d'un cercle.



Pour construire le symétrique d'un cercle par rapport à la droite (d) ,

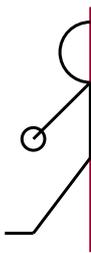


on construit le symétriques O' du centre par rapport à la droite (d) ,

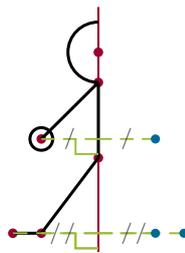


on trace le cercle de centre O' de même rayon que le cercle initial.

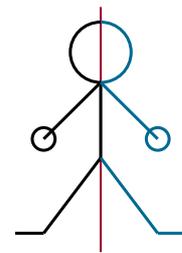
Symétrique d'une figure.



Pour construire le symétrique du bonhomme,

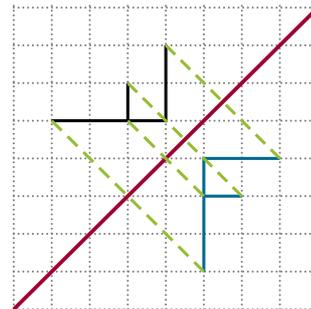
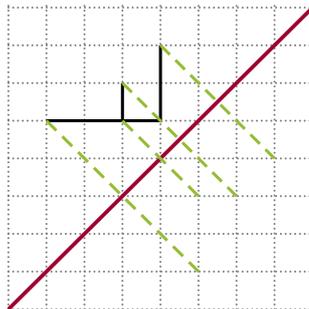
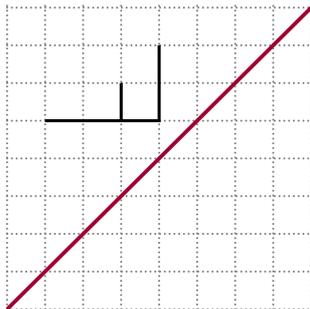


on construit le symétrique de chaque point important,



on complète la figure en reliant les points.

Symétrie dans un quadrillage.

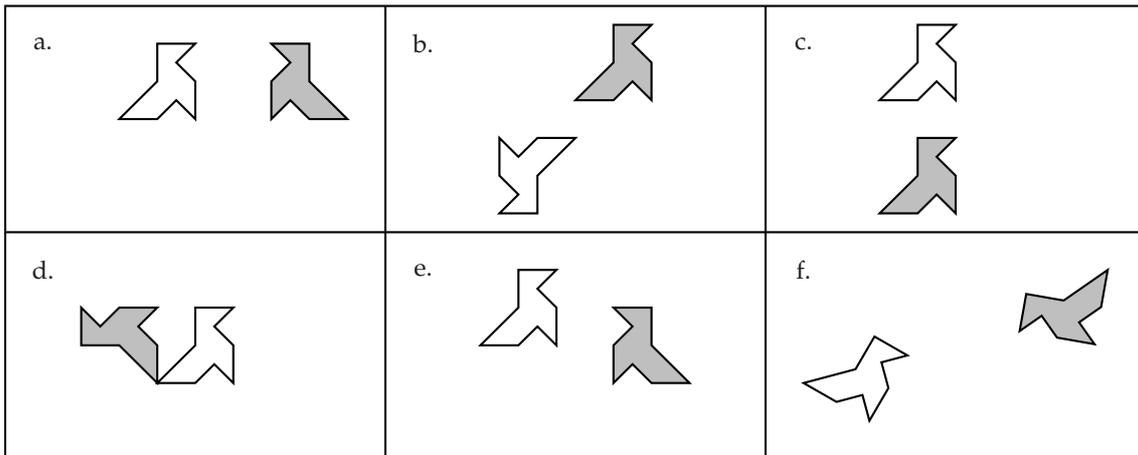


Axes de symétrie

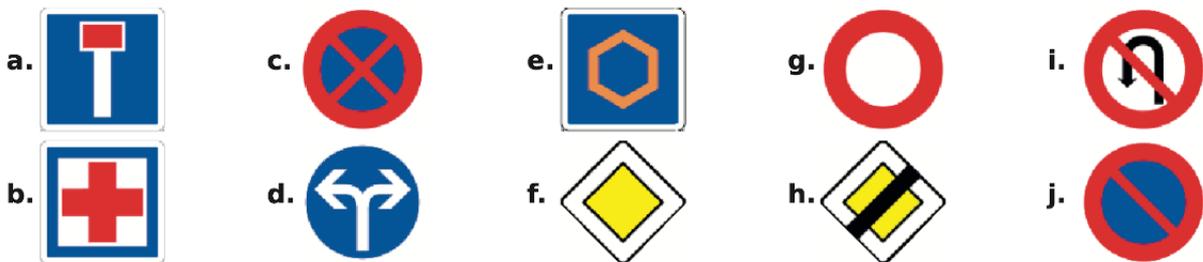
1 Déterminer les axes de symétrie éventuels des lettres qui composent le mot BIJOUX.

BIJOUX

2 Pour chacune des figures suivantes, dire s'il s'agit ou pas d'une symétrie axiale. Si oui, tracer l'axe de symétrie.

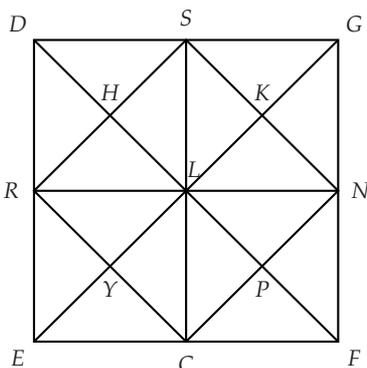


3 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, tracer le ou les axes de symétrie.



Figures symétriques

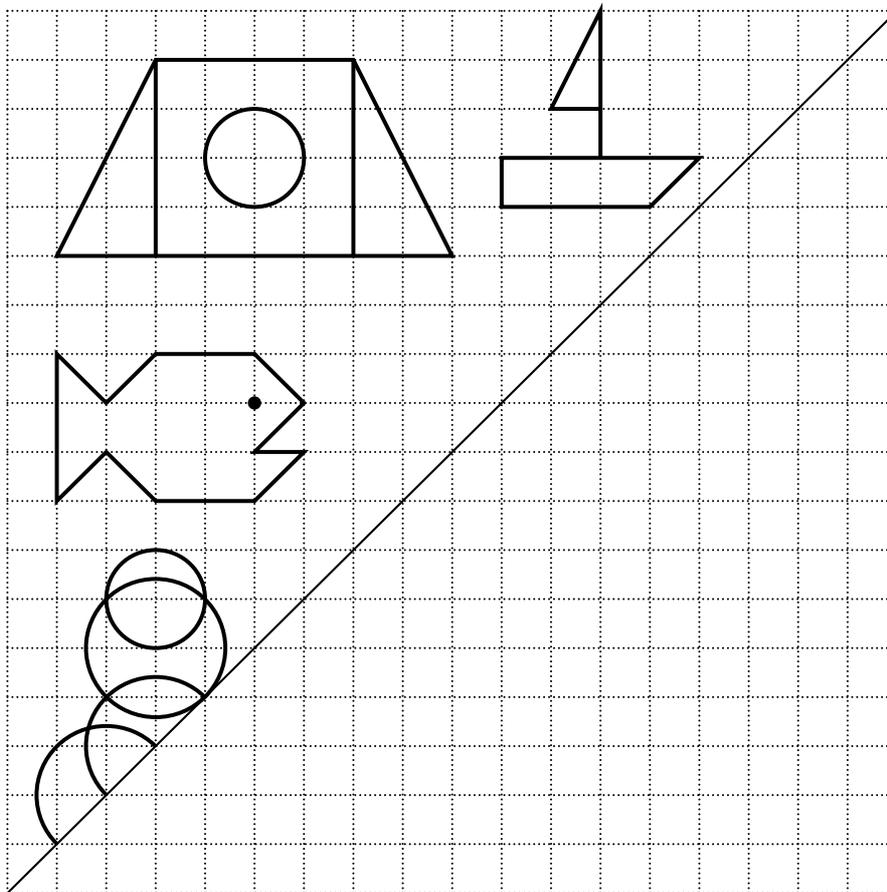
4 Sur la figure ci-dessous, $DEFG$ est un rectangle de centre L . Les points R, C, N et S sont les milieux respectifs des côtés $[DE], [EF], [FG]$ et $[GD]$.



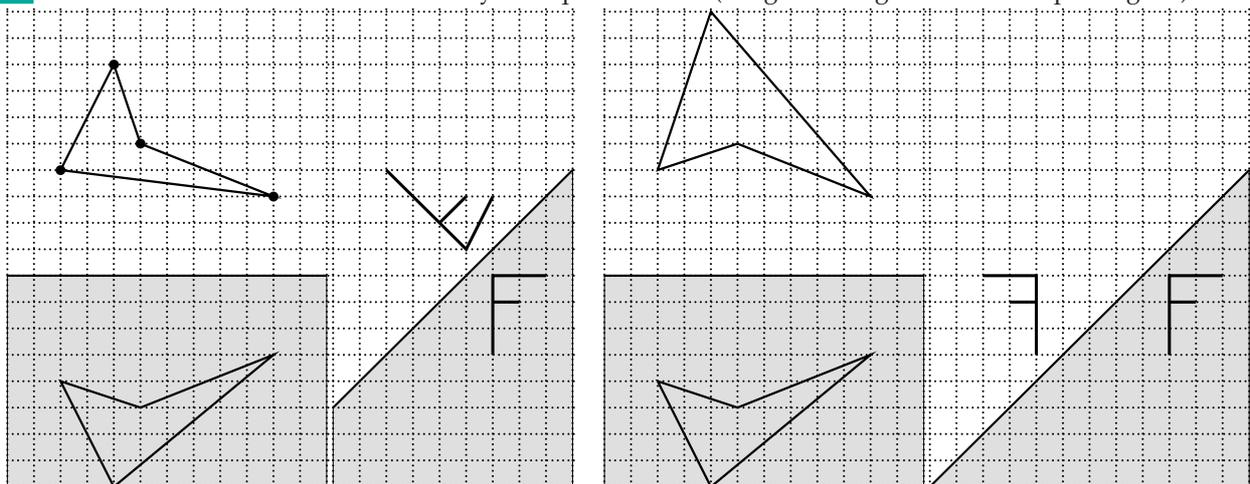
- 1) Colorier en jaune le triangle DHS .
- 2) Colorier en rouge le symétrique du triangle DHS par rapport à (RN) .
- 3) Colorier en orange le symétrique du triangle DHS par rapport à (SC) .
- 4) Colorier en bleu le symétrique du triangle DHS par rapport à LK .
- 5) Colorier en vert le symétrique du triangle DHS par rapport à DF .
- 6) Colorier en noir le symétrique du triangle DHS par rapport à RS .

Entraînement

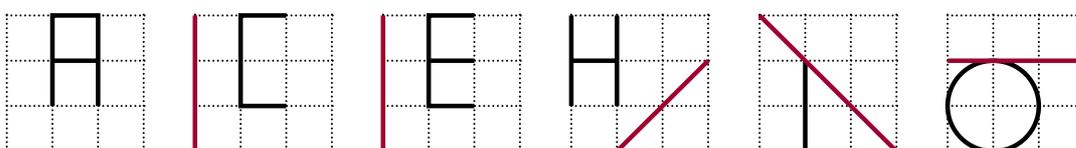
5 Tracer la figure symétrique de toutes les figures par rapport à la droite.



6 Trouver les erreurs dans les tracés de symétriques suivants (la figure d'origine est dans la partie grise).



7 Pour chaque cas, reproduire la lettre et la droite sur le cahier et construire le symétrique par rapport à la droite.



Propriétés des symétries

8 Suivre le programme de construction suivant puis répondre aux questions.

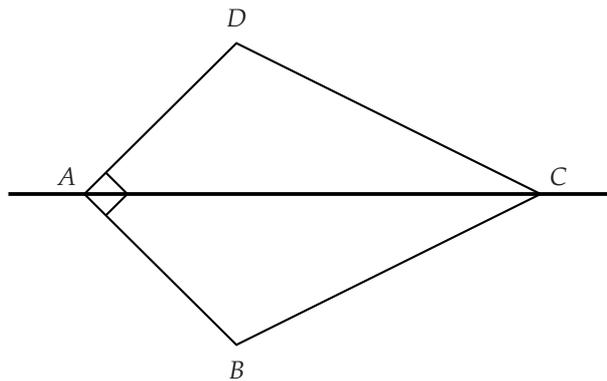
1) Programme de construction.

- Tracer un triangle MOP tel que : $OM = 2,5$ cm ; $OP = 3$ cm et $\widehat{POM} = 70^\circ$
- Tracer la droite (d) perpendiculaire à la droite (OP) passant par le point P .
- Tracer le symétrique du triangle MOP par rapport à la droite (d) : on notera M' le symétrique de M par rapport à la droite (d) , O' celui de O .

2) Propriétés de la figure symétrique.

- Rappeler les propriétés de conservation dans une symétrie.
- Quelle devrait-être la mesure de PO' ? Vérifier sur le dessin.
- Quelle devrait-être la mesure de $M'O'$? Vérifier sur le dessin.
- Quelle devrait-être la mesure de $\widehat{PO'M'}$? Vérifier sur le dessin.

9 Un quadrilatère $ABCD$ est appelé isocervolant en A si l'angle \widehat{BAD} est droit et si la droite (AC) est un axe de symétrie.



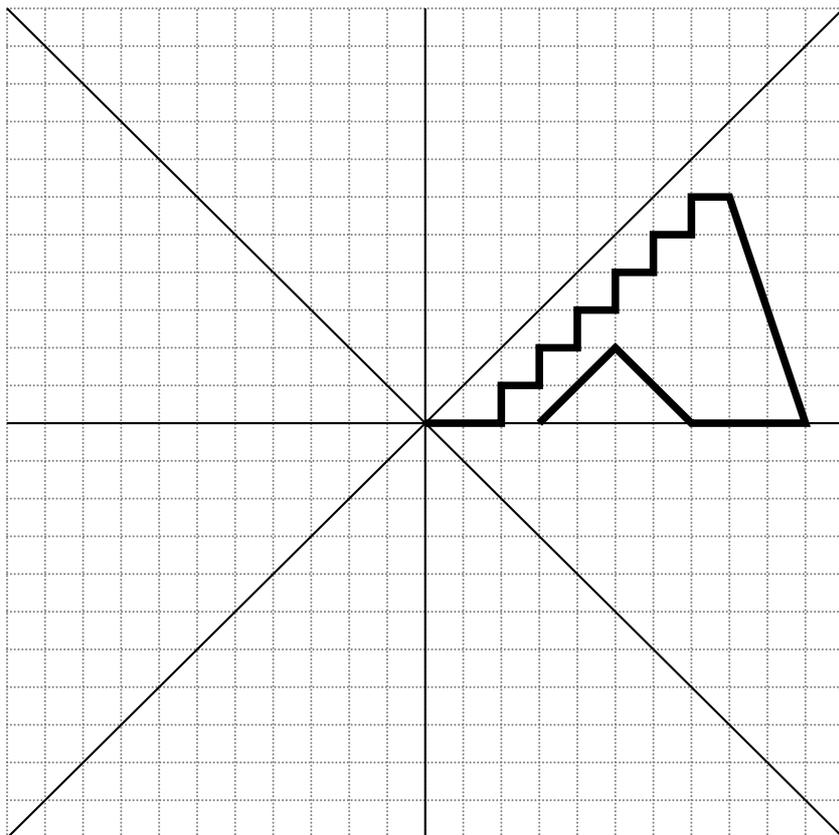
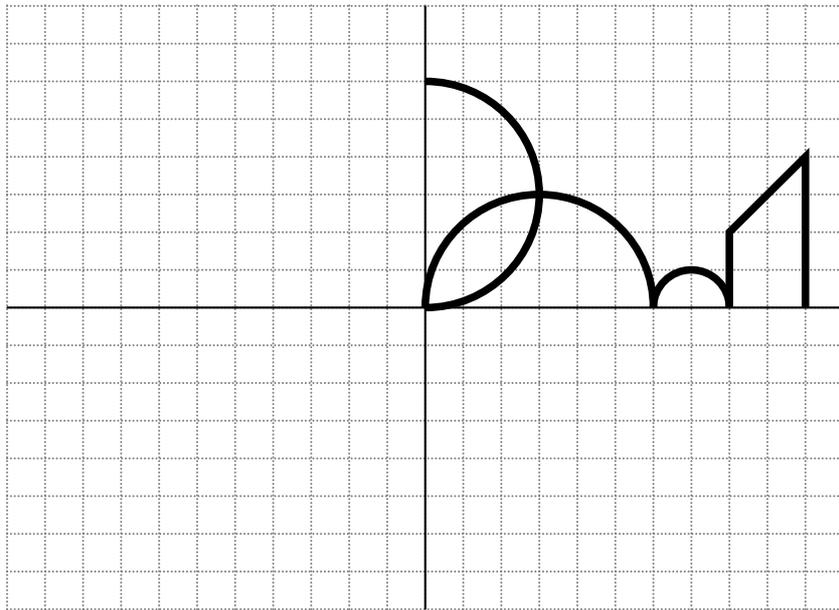
- Démontrer que $\widehat{DAC} = \widehat{BAC}$
 - En déduire la mesure de l'angle \widehat{DAC}
 - Quelle est la position relative des droites (BD) et (AC) ?
- Construire un quadrilatère $ABCD$ qui soit un isocervolant en A .
 - Construire un quadrilatère qui admette un axe de symétrie et qui ne soit pas un isocervolant.
- Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses.
 - Tous les carrés sont des isocervolants.
 - Tous les rectangles sont des isocervolants.

10

- Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O . Un diamètre de ce cercle est $[AS]$ tel que $AS = 8$ cm.
- Placer un point R sur le cercle \mathcal{C} tel que $\widehat{RAS} = 45^\circ$.
- Construire le point T , symétrique du point R par rapport à la droite (AS) .
- Tracer le triangle RAT
- Mesurer l'angle \widehat{TAS} .
- Quelle est la nature du triangle RAT ? Justifier.



Dans les deux quadrillages suivants, construire le symétrique de la figure par rapport à tous les axes tracés.

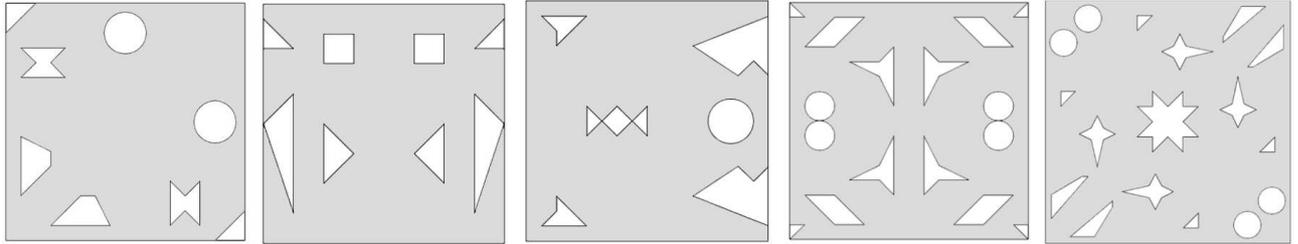


LES NAPPERONS

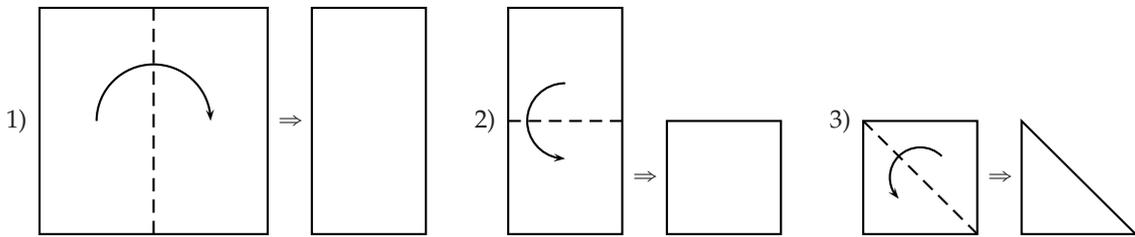
Prénom

Autrefois dans l'ancienne Chine, on s'offrait à l'occasion du Nouvel An chinois des sortes de « cartes de vœux » découpées dans du papier et on en décorait les murs et les portes des maisons. Pour réaliser ces cartes, on utilisait souvent le pliage et le découpage. On appelle cela des napperons.

1) Observer les napperons suivants et tracer les axes de symétrie éventuels.



2) À vous de jouer : découper dans une feuille un carré de 10 cm de côté et le plier en huit comme ci-dessous (pliage rosace).



Découper quelques figures sur les côtés du pliage obtenu puis ouvrir le napperon.

3) À quoi correspondent les lignes de pli pour la figure obtenue ?

4) Utiliser maintenant le pliage rosace pour réaliser le napperon ci-dessous.

