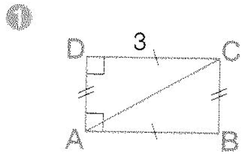
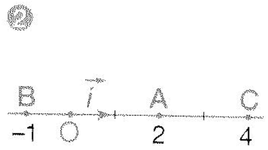
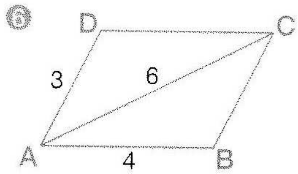
Devoir Surveillé
Mathématiques

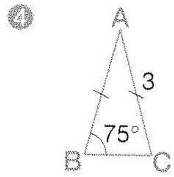
✓ Exercice ❶

Pour chacune des 4 figures suivantes, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:



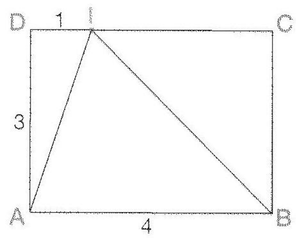






✓ Exercice ❷

ABCD est un rectangle, I est un point de [DC] défini comme l'indique la figure ci-contre.



1. Démontrer que $\left(\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{DA}\right) \cdot \left(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}\right) = \overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{IC} + DA^2$.
2. En déduire que $\cos\left(\widehat{AIB}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{AIB}$ en degré à 10^{-1} près.

✓ Exercice ❸

Soit A (– 1 ; 2) et B (5 ; 3) deux points du plan.

En utilisant le produit scalaire, déterminer les équations suivants :

1. Equation affine de la droite D' médiatrice du segment [AB].
2. Equation de la forme $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ du cercle de diamètre [AB]. **En déduire** le centre et le rayon.
3. Equation cartésienne de la tangente en A au cercle de centre O et de rayon OA.

✓ Exercice ❹

ABCD est un carré. BCF et DCE sont deux triangles équilatéraux extérieurs au carré.

1. Faire une figure.
2. On se place dans le repère orthonormal $\left(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}\right)$.
   a) Donner les coordonnées des points de la figure dans ce repère.
   b) Démontrer que les droites (BE) et (AF) sont orthogonales.

✓ Exercice ❺

Soit O un point quelconque et C le cercle de centre O et de rayon r. A est un point de C et d est une droite passant par A.

B est un point de cette droite et l'on défini le point A' tel que $\overrightarrow{AA'} = 3\overrightarrow{AB}$.

1. Faire une figure.
2. Construire en justifiant le cercle C' image de C par l'homothétie h de centre B transformant A en A'. (sans utiliser le rapport de l'homothétie).
3. Déterminer le rapport de l'homothétie h puis préciser le rayon du cercle C' Dans le cas où r = 1,5.