Exercice 1 **(Solution ? Pas solution ?)**

Dans chacun des cas suivants, dire si la fonctions f proposée est solution ou non de l'équation différentielle (E) dans laquelle y est une fonction de la variable x définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = xe^x$ et $(E) : y' - y = e^x$.
2. $f(x) = x^2 \cos x$ et $(E) : 2y - xy' = x^3 \sin x$

Exercice 2 **(Équation du type $y' + ay = 0$)**

Résoudre les équations différentielles suivantes dans lesquelles y est une fonction de la variable x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. $y' + 2y = 0$
2. $y' - 3y = 0$
3. $y' = 5y$
4. $y' = -4y$
5. $2y' = 3y$
6. $-7y' + 2y = 0$

Exercice 3 **(Équation du type $y' + ay = b$)**

Résoudre les équations différentielles suivantes dans lesquelles y est une fonction de la variable x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. $y' + y = 4$
2. $y' - 4y = 2$
3. $y' = 3y + 2$
4. $y' = -4y - 5$
5. $3y' + 2y + 3 = 0$
6. $7y' - 2y - \sqrt{2} = 0$

Exercice 4 **(Équation du type $y' + ay = b$ avec condition initiale)**

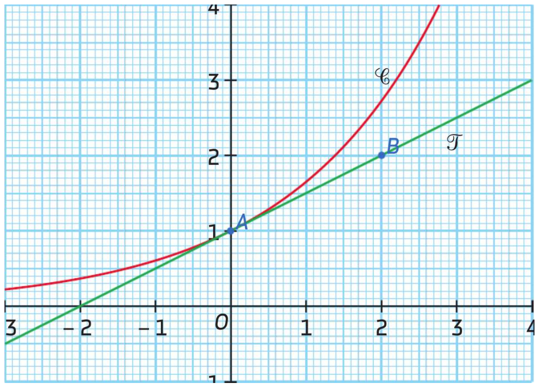
Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) dans laquelle y est une fonction de la variable x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant la condition initiale $f(x_0) = y_0$.

1. $(E) : y' + y = 4$ avec $f(0) = 2$
2. $(E) : y' - 3y + 2 = 0 ; f(\ln 2) = 3$
3. $(E) : y' = 3y + 2$ avec $f(1) = e$
4. $(E) : 2y' = 4y - 3$ avec $f(0) = 7$

Exercice 5 **(Ex 15 p 206, Maths STI2D/STL, Hachette éducations)**

Soit (E) l'équation différentielle $y' + ay = 0$, dans laquelle y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, a étant un réel non nul. Sur les graphiques ci-après, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f de (E) et la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}$ au point A. La droite $\mathcal{T}$ passe par le point B.

1. Rappeler une expression des solutions de l'équation différentielle $y' + ay = 0$.
2. (a) Par lecture graphique, déterminer $f(0)$. Exprimer $f(x)$ en fonction de a.
   (b) En déduire $f'(x)$ en fonction de a.
3. Déterminer $f'(0)$ par lecture graphique. En déduire a puis $f(x)$.



Exercice 6 **(Exercice de bac STI2D : Polynésie, 2014)**

On considère l'équation différentielle $y' - 3y = 2$, où y désigne une fonction dérivable sur l'ensemble des réels. Une solution f de cette équation est la fonction de la variable x vérifiant pour tout réel x :

a. $f(x) = 2e^{-3x}$ **b.** $f(x) = e^{3x} + \dfrac{2}{3}$ **c.** $f(x) = e^{\frac{2}{3}x}$ **d.** $f(x) = e^{3x} - \dfrac{2}{3}$

Exercice 7 **(Exercice de bac STI2D : Polynésie, 2013)**

La grand-mère de Théo sort un gratin du four, le plat étant alors à 100 ˚C. Elle conseille à son petit-fils de ne pas le toucher afin de ne pas se brûler, et de laisser le plat se refroidir dans la cuisine dont la température ambiante est supposée constante à 20 ˚C.

Théo lui rétorque que quand il sera à 37 ˚C il pourra le toucher sans risque ; et sa grand-mère lui répond qu'il lui faudra attendre 30 minutes pour cela.

La température du plat est donnée par une fonction g du temps t, exprimé en minutes, qui est solution de l'équation différentielle : $(E) \quad y' + 0,04y = 0,8$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E) et donner sa solution particulière g définie par la condition initiale $g(0) = 100$.
2. En utilisant l'expression de $g(t)$ trouvée :
   (a) La grand-mère de Théo a-t-elle bien évalué le temps nécessaire pour atteindre 37˚C ?
   (b) Quelle est la valeur exacte du temps nécessaire pour obtenir cette température ? En donner une valeur arrondie à la seconde près.