Exercice n° 1
PREMIÈRE PARTIE

Deux cercles de centre O et O′ se coupent en deux points A et B.
Le triangle OAB est rectangle en O et AB = 8 cm.
Le triangle ABO′ est équilatéral.

1. En commençant par le triangle AOB, tracer cette figure en vraie grandeur sur une feuille de papier millimétré.
2. Montrer que le segment [OA] mesure $4\sqrt{2}$ cm.

   Montrer que l'arc de cercle $\widehat{OA}$ (le plus grand) de centre O, de rayon OA, représenté sur la figure 1, mesure $6\pi\sqrt{2}$ cm.
3. Que vaut la longueur de l'arc de cercle $\widehat{OA}$ (le plus grand) de centre O′, de rayon O′A, représenté sur la figure 1 en cm ?

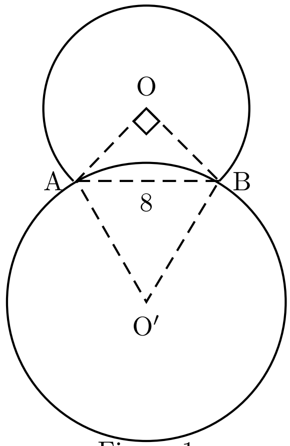


Figure 1

DEUXIÈME PARTIE

On complète la figure 1 pour obtenir la figure 2 ci-contre. Les arcs de cercle tracés permettent d'obtenir une lentille (hachurée sur la figure) dont on souhaite calculer l'aire.

1. Soit H le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OAB.

   Montrer que OH = 4 cm.

   On admet pour la suite que O′H = $4\sqrt{3}$ cm.
2. Calculer l'aire des triangles AOB et AO′B.
3. En remarquant que le secteur d'angle $\widehat{\text{AOB}}$ est un quart du disque de centre O, calculer l'aire de ce secteur. En déduire l'aire exacte de la partie inférieure de la lentille puis en donner l'arrondi au cm^2.
4. Proposer une méthode pour calculer l'aire totale de la lentille.

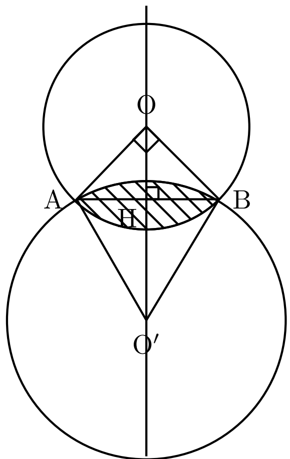
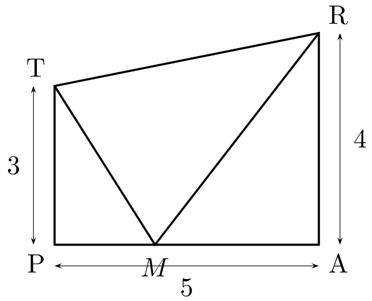


Figure 2

Exercice n° 2



Les longueurs sont exprimées en centimètres.
TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :
TP = 3 ; PA = 5 ; AR = 4.
M est un point variable du segment [PA], et on note x la longueur du segment [PM].

1. Dans cette question, on se place dans le cas où $\boldsymbol{x = 1}$.
   (a) Faire une figure.
   (b) Démontrer que, dans ce cas, le triangle ARM est isocèle en A.
   (c) Calculer les aires des triangles PTM et ARM.
2. Dans cette question, on se place dans le cas où $\boldsymbol{x}$ est un nombre inconnu.
   (a) Donner les valeurs entre lesquelles $\boldsymbol{x}$ peut varier.
   (b) Montrer que l'aire du triangle PTM est $\boldsymbol{1,5x}$ et l'aire du triangle ARM est $\boldsymbol{10 - 2x}$.
3. Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de la fonction $\boldsymbol{f}$ représentant l'aire du triangle ARM.
4. Répondre graphiquement aux deux questions suivantes, puis vérifier par un calcul :
   (a) Pour quelle valeur de $\boldsymbol{x}$ l'aire du triangle ARM est égale à 6 cm$^{\mathbf{2}}$?
   (b) Lorsque $\boldsymbol{x}$ est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

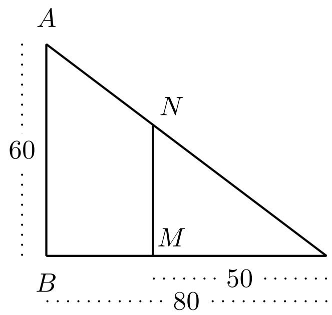
5. (a) Tracer la droite représentant la fonction : $\boldsymbol{x \longmapsto 1,5x}$.
   (b) Estimer graphiquement, à un millimètre près, la valeur de $\boldsymbol{x}$ pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire. Faire apparaître les traits de construction nécessaires.
   (c) Montrer par le calcul que la valeur exacte de $\boldsymbol{x}$ pour laquelle les deux aires sont égales, est $\boldsymbol{\dfrac{100}{35}}$.

Exercice n° 3

Les trois parties sont indépendantes

Deux frères ont hérité d'un terrain que l'on peut assimiler à un triangle rectangle.
L'aire de ce terrain est égale à 2400 m^2.
Ils désirent construire un muret afin de partager ce terrain en deux parcelles de même aire, soit 1200 m^2 par parcelle.
Pour cela, on partage le terrain selon un segment $[MN]$, M et N étant respectivement sur les côtés $[CB]$ et $[CA]$. Les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
Dans tout ce problème, l'unité de longueur est le mètre. On donne : $AB = 60$ et $BC = 80$.

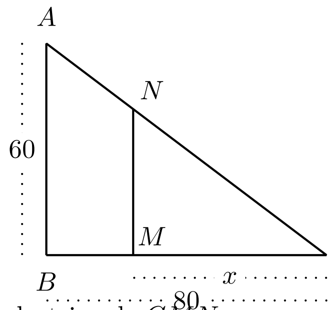
Partie A



Dans cette partie : $CM = 50$.

1. Justifier que $MN = 37,5$.
2. Comparer les aires du triangle CMN et du trapèze $ANMB$ après les avoir calculées.
3. Pour que les deux aires soient égales, doit-on placer le point M à plus de 50 m de C ou à moins de 50 m de C ?

Partie B



On veut déterminer la distance CM pour laquelle l'aire du triangle CNM est égale à 1200 m^2.
On pose $CM = x$.

1. Démontrer que $MN = \dfrac{3}{4}x$.
2. Démontrer que l'aire du triangle CNM, exprimée en m^2, a pour mesure : $\dfrac{3}{8}x^2$.

1. Soit f la fonction qui, au nombre x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,80]$, associe l'aire du triangle CMN.
   On note $f : x \longmapsto \dfrac{3}{8}x^2$.
   Page suivante, on a construit la courbe représentant la fonction f.
   (a) Tracer la courbe représentative de la fonction f.
   (b) À l'aide de cette courbe, déterminer où il faut placer le point M pour que les deux parcelles aient la même aire. *On donnera une valeur approchée.*
   (c) En résolvant une équation, déterminer la valeur exacte de x pour laquelle les deux parcelles ont la même aire.
   (d) En déduire la valeur exacte de la longueur MN du muret puis donne une valeur approchée au dm près de MN.

Partie C

1. Le muret est construit avec des briquettes de 20 cm de longueur et de 10 cm de hauteur. Calculer le nombre de briquettes nécessaires à la construction de ce muret de 42,20 m de longueur et de 1 m de hauteur.
2. Sachant que 20 briquettes coûtent 35 euros, calculer le coût du muret.