

Fonctions 1 : généralités

Acquis de troisième : Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule. Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.

Étude qualitative de fonctions

Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.

- Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe.
- Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations.

Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations :

- comparer les images de deux nombres d'un intervalle ;
- déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.

Les élèves doivent distinguer les courbes pour lesquelles l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique.

Les définitions formelles d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante, sont progressivement dégagées. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année.

◊ Même si les logiciels traceurs de courbes permettent d'obtenir rapidement la représentation graphique d'une fonction définie par une formule algébrique, il est intéressant, notamment pour les fonctions définies par morceaux, de faire écrire aux élèves un algorithme de tracé de courbe.

Fonctions

Image, antécédent, courbe représentative.

- Traduire le lien entre deux quantités par une formule.

Pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule :

- identifier la variable et, éventuellement, l'ensemble de définition ;
- déterminer l'image d'un nombre ;
- rechercher des antécédents d'un nombre.

Les fonctions abordées sont généralement des fonctions numériques d'une variable réelle pour lesquelles l'ensemble de définition est donné.

Quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou sur \mathbb{N} , voire de fonctions de deux variables (aire en fonction des dimensions) sont à donner.

Fonctions 2 : fonctions affines et linéaires

Acquis de troisième : Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné. Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image. Représenter graphiquement une fonction linéaire. Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite. Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné. Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images. Représenter graphiquement une fonction affine. Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite. Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.

Fonctions linéaires et fonctions affines

- Donner le sens de variation d'une fonction affine.
- Donner le tableau de signes de $ax + b$ pour des valeurs numériques données de a et b .

On fait le lien entre le signe de $ax + b$, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative.

Fonctions 3 : fonctions carré et inverse

Variations de la fonction carré, de la fonction inverse.

- Connaître les variations des fonctions carré et inverse.
- Représenter graphiquement les fonctions carré et inverse.

Exemples de non-linéarité. En particulier, faire remarquer que les fonctions carré et inverse ne sont pas linéaires.

Fonctions 4 : fonctions polynômes de degré deux

Études de fonctions
Fonctions polynômes de degré 2.

- Connaître les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes.

Les résultats concernant les variations des fonctions polynômes de degré 2 (monotonie, extremum) et la propriété de symétrie de leurs courbes sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis.

Savoir mettre sous forme canonique un polynôme de degré 2 n'est pas un attendu du programme.

Fonctions 5 : fonctions homographiques

Fonctions homographiques.

- Identifier l'ensemble de définition d'une fonction homographique.

Hormis le cas de la fonction inverse, la connaissance générale des variations d'une fonction homographique et sa mise sous forme réduite ne sont pas des attendus du programme.

Fonctions 6 : fonctions trigonométriques

Acquis de troisième : Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs approchées : du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné; de l'angle aigu dont on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente.

« Enroulement de la droite numérique » sur le cercle trigonométrique et définition du sinus et du cosinus d'un nombre réel.

- On fait le lien avec les valeurs des sinus et cosinus des angles de 0° , 30° , 45° , 60° , 90° .

On fait le lien avec la trigonométrie du triangle rectangle vue au collège.

La notion de radian n'est pas exigible.

Géométrie 1 : géométrie vectorielle

Définition de la translation qui transforme un point A du plan en un point B .

Vecteur \overrightarrow{AB} associé.

Égalité de deux vecteurs :
 $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Produit d'un vecteur par un nombre réel.

Relation de Chasles.

- Savoir que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à $ABDC$ est un parallélogramme, éventuellement aplati.
- Utiliser la notation $\lambda \vec{u}$.
- Établir la colinéarité de deux vecteurs.
- Construire géométriquement la somme de deux vecteurs.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.

À tout point C du plan, on associe, par la translation qui transforme A en B , l'unique point D tel que $[AD]$ et $[BC]$ ont même milieu.

La somme des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur \vec{u} et de vecteur \vec{v} .

Pour le vecteur \vec{u} de coordonnées (a, b) dans un repère, le vecteur $\lambda \vec{u}$ est le vecteur de coordonnées $(\lambda a, \lambda b)$ dans le même repère. Le vecteur $\lambda \vec{u}$ ainsi défini est indépendant du repère.

Géométrie 2 : configurations du plan

Acquis de troisième : Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes. Connaître et utiliser un énoncé réciproque. Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir. Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc. Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier, un octogone connaissant son centre et un sommet.

Configurations du plan

Triangles, quadrilatères, cercles.

Pour résoudre des problèmes :

- Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles.
- Utiliser les propriétés des symétries axiale ou centrale.

Les activités des élèves prennent appui sur les propriétés étudiées au collège et peuvent s'enrichir des apports de la géométrie repérée.

◊ Le cadre de la géométrie repérée offre la possibilité de traduire numériquement des propriétés géométriques et permet de résoudre certains problèmes par la mise en œuvre d'algorithmes simples.

Géométrie 3 : repérage

Coordonnées d'un point du plan

Abscisse et ordonnée d'un point dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

Distance de deux points du plan.

Milieu d'un segment.

Coordonnées d'un vecteur dans un repère.

Somme de deux vecteurs.

Produit d'un vecteur par un nombre réel.

- Repérer un point donné du plan, placer un point connaissant ses coordonnées.
- Calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées.
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Connaître les coordonnées $(x_B - x_A, y_B - y_A)$ du vecteur \overrightarrow{AB} .
- Calculer les coordonnées de la somme de deux vecteurs dans un repère.

Un repère orthonormé du plan est défini par trois points (O, I, J) formant un triangle rectangle isocèle de sommet O .

À l'occasion de certains travaux, on pourra utiliser des repères non orthonormés.

Géométrie 4 : géométrie dans l'espace

Acquis de troisième : Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base. Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan. Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. Représenter la sphère et certains de ses grands cercles. Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné. Calculer le volume d'une boule de rayon donné. Connaître et utiliser les propriétés dans un agrandissement ou une réduction de rapport k .

Géométrie dans l'espace

Les solides usuels étudiés au collège :
parallélépipède rectangle, pyramides, cône et cylindre de révolution, sphère.

Droites et plans, positions relatives.

Droites et plans parallèles.

- Manipuler, construire, représenter en perspective des solides.

C'est l'occasion d'effectuer des calculs de longueur, d'aire et de volumes.

On entraîne les élèves à l'utilisation autonome d'un logiciel de géométrie dans l'espace.

Géométrie 5 : droites et systèmes

Acquis de troisième : Connaître et utiliser la relation $y=ax+b$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \rightarrow ax+b$. Connaître et utiliser la relation $y=ax$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \rightarrow ax$. Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.

Droites

Droite comme courbe représentative d'une fonction affine.

Équations de droites.

Droites parallèles, sécantes.

- Tracer une droite dans le plan repéré.
- Interpréter graphiquement le coefficient directeur d'une droite.
- Caractériser analytiquement une droite.
- Établir que trois points sont alignés, non alignés.
- Reconnaître que deux droites sont parallèles, sécantes.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes.

On démontre que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$, soit de la forme $x = c$.

On fait la liaison avec la colinéarité des vecteurs.

C'est l'occasion de résoudre des systèmes d'équations linéaires.

Statistiques et probabilités 1 : statistiques descriptives

Acquis de troisième : Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) : déterminer une valeur médiane de cette série et en donner la signification ; déterminer des valeurs pour les premier et troisième quartiles et en donner la signification ; déterminer son étendue. Exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur.

Statistique descriptive, analyse de données
Caractéristiques de position et de dispersion

- médiane, quartiles ;
- moyenne.

- Utiliser un logiciel (par exemple, un tableur) ou une calculatrice pour étudier une série statistique.
- Passer des effectifs aux fréquences, calculer les caractéristiques d'une série définie par effectifs ou fréquences.

L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, d'un fichier mis à disposition par l'INSEE), synthétiser l'information et proposer des représentations pertinentes.

Statistiques et probabilités 2 : représentation graphique

- Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées.
- Représenter une série statistique graphiquement (nuage de points, histogramme, courbe des fréquences cumulées).

Statistiques et probabilités 3 : probabilités

Acquis de troisième : Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. Calculer des probabilités dans des contextes familiers.

Probabilité d'un événement.

Réunion et intersection de deux événements, formule :

$$p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B).$$

- Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.
- Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.
- Connaître et exploiter cette formule.

La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.

Statistiques et probabilités 4 : échantillonnage

Échantillonnage
Notion d'échantillon.
Intervalle de fluctuation d'une fréquence au seuil de 95%*.

Réalisation d'une simulation.

- Concevoir, mettre en œuvre et exploiter des simulations de situations concrètes à l'aide du tableur ou d'une calculatrice.
- Exploiter et faire une analyse critique d'un résultat d'échantillonnage.

Un échantillon de taille n est constitué des résultats de n répétitions indépendantes de la même expérience. À l'occasion de la mise en place d'une simulation, on peut :

- utiliser les fonctions logiques d'un tableur ou d'une calculatrice,
- ◊ mettre en place des instructions conditionnelles dans un algorithme.

L'objectif est d'amener les élèves à un questionnement lors des activités suivantes :

- l'estimation d'une proportion inconnue à partir d'un échantillon ;
- la prise de décision à partir d'un échantillon.

Outils de calcul 1 : expressions algébriques

Acquis de troisième : Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent. Connaître les identités : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.

Expressions algébriques
Transformations
d'expressions algébriques
en vue d'une résolution de
problème.

- Associer à un problème une expression algébrique.
- Identifier la forme la plus adéquate (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution du problème donné.
- Développer, factoriser des expressions polynomiales simples ; transformer des expressions rationnelles simples.

Les activités de calcul nécessitent une certaine maîtrise technique et doivent être l'occasion de raisonner. Les élèves apprennent à développer des stratégies s'appuyant sur l'observation de courbes, l'anticipation et l'intelligence du calcul. Le cas échéant, cela s'accompagne d'une mobilisation éclairée et pertinente des logiciels de calcul formel.

Outils de calcul 2 : résolution d'équations

Acquis de troisième : Mettre en équation un problème. Résoudre une équation mise sous la forme $A(x).B(x) = 0$, où $A(x)$ et $B(x)$ sont deux expressions du premier degré de la même variable x .

Équations
Résolution graphique et
algébrique d'équations.

- Mettre un problème en équation.
- Résoudre une équation se ramenant au premier degré.
 - ◊ Encadrer une racine d'une équation grâce à un algorithme de dichotomie.

Pour un même problème, combiner résolution graphique et contrôle algébrique. Utiliser, en particulier, les représentations graphiques données sur écran par une calculatrice, un logiciel.

Outils de calcul 3 : résolution d'inéquations

Acquis de troisième : Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques ; représenter ses solutions sur une droite graduée.

Inéquations
Résolution graphique et
algébrique d'inéquations.

- Modéliser un problème par une inéquation.
- Résoudre graphiquement des inéquations de la forme :
 $f(x) < k$; $f(x) < g(x)$.
- Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du premier degré.
- Résoudre algébriquement les inéquations nécessaires à la résolution d'un problème.

Pour un même problème, il s'agit de :

- combiner les apports de l'utilisation d'un graphique et d'une résolution algébrique,
- mettre en relief les limites de l'information donnée par une représentation graphique.

Les fonctions utilisables sont les fonctions polynômes de degré 2 ou homogènes.