Exercice 1 **(Polynésie 2014)**

Une entreprise fabrique chaque jour des objets.
Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour. On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros.
La courbe représentative de la fonction C est donnée en annexe A.

Partie a

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux.
On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée en annexe.

1. Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ?
   On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.
   (a) Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.
   (b) Que pensez-vous de l'affirmation : « le coût marginal est croissant sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ » ?

Partie b

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle $[0\,;\,7]$, $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.
   Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques portées sur l'annexe A, répondre aux questions qui suivent.
   (a) En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.
   (b) Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?

Exercice 2 **(Antilles Guyane septembre 2014)**

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labélisés « bio ».

Partie a

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1 000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Lorsque x est exprimé en centaines de paniers, $C(x)$ est égal au coût total exprimé en centaines d'euros.
On admet que, pour tout nombre x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, le coût marginal est donné par la fonction $C_m = C'$ où C' est la fonction dérivée de C.

1. Calculer $C_m(6)$, le coût marginal pour six cents paniers vendus.
2. On note C'' la fonction dérivée seconde de C et on a $C''(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x$.
   (a) Déterminer le plus grand intervalle de la forme $[0\,;\,a]$ inclus dans $[0\,;\,10]$ sur lequel la fonction C est convexe[1]
   (b) Que peut-on dire du point d'abscisse a de la courbe de la fonction C ? Interpréter cette valeur de a en termes de coût.

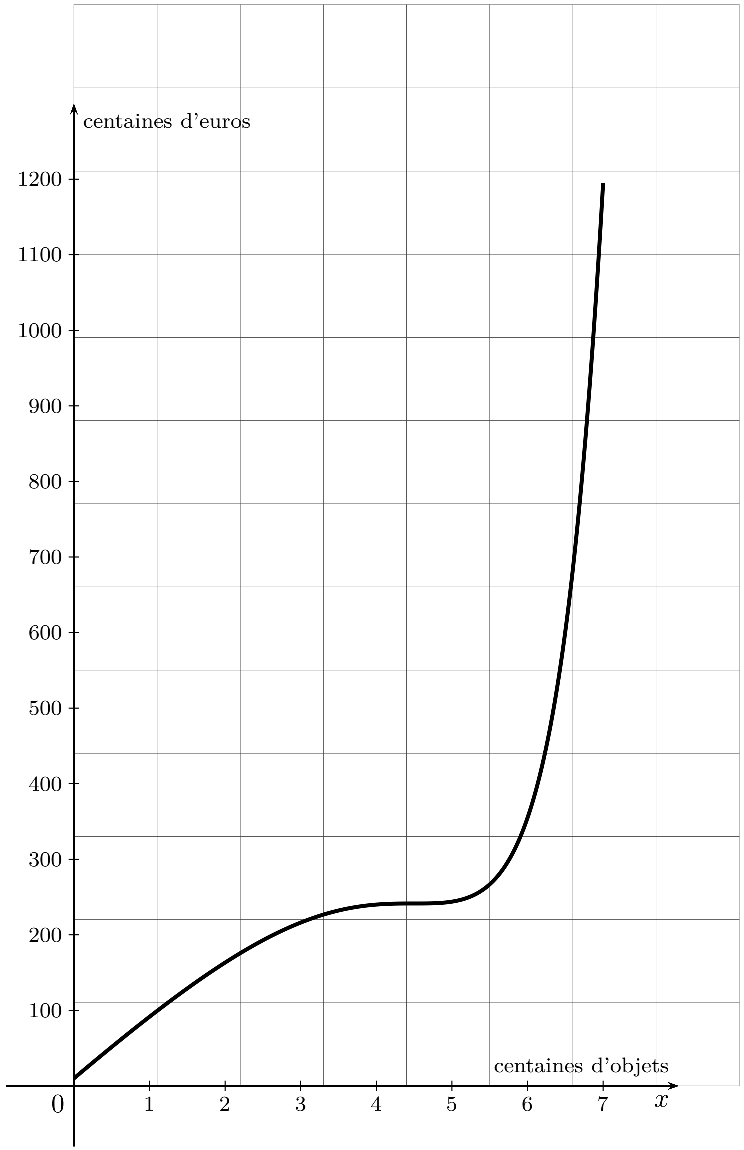
Partie b

On admet que l'entreprise produit entre 0 et 1 000 paniers de légumes (par mois) et que tout ce qui est produit est vendu au prix de 20 euros le panier.
La recette mensuelle R, exprimée en centaines d'euros, ainsi que la fonction C sont représentées par les courbes $\mathcal{C}_R$ et $\mathcal{C}_C$ sur le graphique donné en annexe B.
Par lecture graphique, répondre aux questions qui suivent.

1. Indiquer le nombre minimal de paniers que le producteur doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice. Donner une valeur approchée à la dizaine.
2. Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois. Donner une valeur approchée à la centaine d'euros.
3. Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5 000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.

1. f convexe lorsque $f''(x) > 0$.

annexe A



annexe B