

Exercice 1 (France Métropolitaine (Sujet annulé) 2013)

Un industriel étudie l'évolution de la production des jouets sur la machine VP1000 de son entreprise.

En 2000, lorsqu'il l'a achetée, elle pouvait produire 120 000 jouets par an. Du fait de l'usure de la machine, la production diminue de 2% par an.

On modélise le nombre total de jouets fabriqués au cours de l'année $(2000 + n)$ par une suite (U_n) . On a donc $U_0 = 120\,000$.

1. Montrer que, pour tout entier naturel $n : U_n = 120\,000 \times 0,98^n$.
2. (a) Quel a été le nombre de jouets fabriqués en 2005 ?
 (b) Déterminer à partir de quelle année, le nombre de jouets fabriqués sera strictement inférieur à 100 000.
 (c) Cet industriel décide qu'il changera la machine lorsqu'elle produira moins de 90 000 jouets par an.
 Recopier et compléter les lignes 6 et 7 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $U_n > 90\,000$.

1	Variables :	A est un réel
2		n est un entier naturel
3		
4	Initialisation :	Affecter à A la valeur 120 000
5		Affecter à n la valeur 0
6		
7	Traitement :	Tant que $A \geq 90\,000$
8		n prend la valeur ...
9		...
10		Fin Tant que
11		
12	Sortie :	Afficher n

3. (a) Exprimer $1 + 0,98 + 0,98^2 + \dots + 0,98^n$ en fonction de n .
 (b) On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
 Montrer que $S_n = 6\,000\,000 \times (1 - 0,98^{n+1})$.
 (c) En déduire le nombre total de jouets fabriqués pendant les 15 premières années de production.

Exercice 2 (Pondichéry 2013)

Le 1^{er} janvier 2000, un client a placé 3 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5%.

On note C_n le capital du client au 1^{er} janvier de l'année $2000 + n$, où n est un entier naturel.

1. Calculer C_1 et C_2 . Arrondir les résultats au centime d'euro.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n . En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , on a la relation : $C_n = 3000 \times 1,025^n$.
3. On donne l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un nombre S supérieur à 3000
Traitement	Affecter à n la valeur 0. <i>Initialisation</i>
	Affecter à U la valeur 3000 <i>Initialisation</i>
	Tant que $U \leq S$
	n prend la valeur $n + 1$
	U prend la valeur $U \times 1,025$
	Fin tant que
Sortie	Afficher le nombre $2000 + n$

- (a) Pour la valeur $S = 3\,300$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	
Valeur de U	3000		
Condition $U \leq S$	vrai		

- (b) En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3 300.
- (c) Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.
4. Au 1^{er} janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.
5. Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1^{er} janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.