Exercice 1 **(Amérique du Sud 2013)**

Les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis à 10^{-3} près.

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût.

Partie a

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Dans le cadre d'une étude approfondie, on choisit au hasard et de manière indépendante 15 clients.
   On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
   (a) Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,3$.
   (b) Calculer $P(X \geqslant 1)$.
2. Un expert indépendant interroge un échantillon de 100 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
   (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
   (b) L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.
   Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Exercice 2 **(Antilles, Guyane 2013)**

Les résultats décimaux seront arrondis au millième pour tout l'exercice.

Partie a

La direction d'une société fabriquant des composants électroniques impose à ses deux sites de production de respecter les proportions ci-dessous en termes de contrat d'embauche du personnel :

— 80 % de CDI (contrat à durée indéterminée)
— 20 % de CDD (contrat à durée déterminée).

On donne la composition du personnel des deux sites dans le tableau suivant :

	CDI	CDD	Effectif total
Site de production A	315	106	421
Site de production B	52	16	68

1. Calculer le pourcentage de CDI sur chaque site de production.
2. Pour une proportion $p = 0,8$, déterminer les intervalles de fluctuation asymptotiques au seuil de 95 % relatifs aux échantillons de taille n, pour $n = 421$ et pour $n = 68$.
3. Comment la direction de la société peut-elle interpréter les intervalles obtenus dans la question précédente ?

Partie b

Dans cette partie, on convient que l'on peut utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique lorsque $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$, où p désigne la proportion dans une population, et n désigne la taille d'un échantillon de cette population.

La direction de cette même société tolère 7 % de composants défectueux. Le responsable d'un site de production souhaite évaluer si sa chaîne de production respecte cette contrainte de 7 %. Pour cela, il prélève un échantillon de composants électroniques.

1. S'il prélève un échantillon de 50 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
2. S'il prélève un échantillon de 100 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
3. Le responsable du site de production prélève un échantillon de taille 100, dans lequel 9 composants électroniques s'avèrent défectueux. Comment peut-il interpréter ce résultat ?

Exercice 3 **(Antilles Guyane 2014)**

Partie c

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie.
Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.
On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. (a) Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
   (b) Justifier que $I = [0,0053 \ ; \ 0,0067]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près. Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.