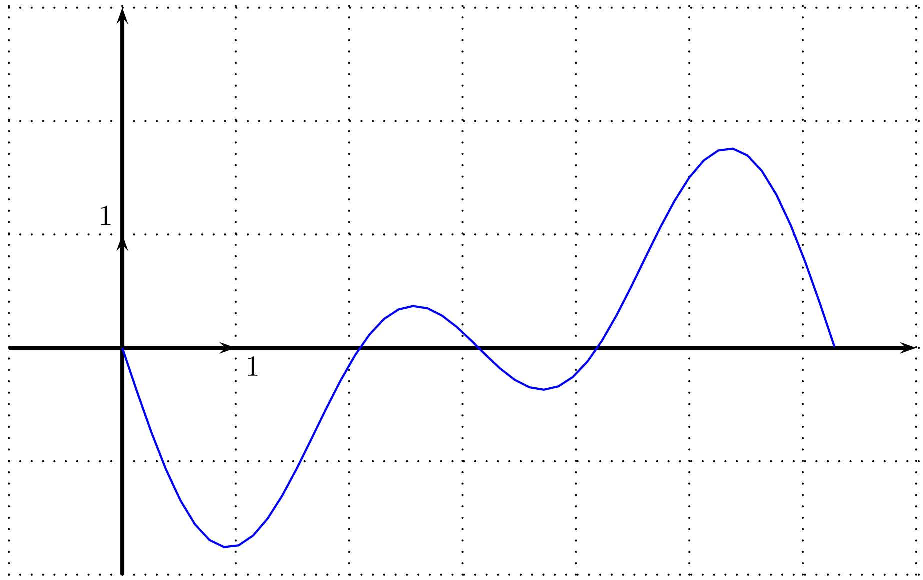
EXERCICE n° 1

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$ par $f(x) = \cos(x) + \dfrac{1}{2}\cos(2x) + 1$.

1. (a) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.
   (b) En utilisant la relation $\sin(2a) = 2\sin a \cos a$, montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$, $f'(x) = -\sin(x)[1 + 2\cos(x)]$.
2. Résoudre dans l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$, l'équation produit : $\sin(x)[1 + 2\cos(x)] = 0$.
3. (a) En s'appuyant sur la représentation graphique de la fonction dérivée f' donnée en annexe, dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$.
   (b) Déduire des questions 2. et 3.a. le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$. Préciser les ordonnées des points dont l'abscisse x vérifie $f'(x) = 0$.
4. Tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[\ 0\ ;\ 2\pi\ ]$ dans le repère de l'annexe (où f' est déjà représentée).

Annexe :



EXERCICE n° 2

On considère le polynôme $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$.

1. Calculer $Q(-2)$.
2. Pourquoi peut on en déduire une factorisation de Q sous la forme $Q(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$?
3. Déterminer a, b et c.
4. Résoudre $Q(x) = 0$.

EXERCICE n° 3

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - 17x^2 + 12x + 63$

1. Calculer $P(3)$.
2. En déduire une factorisation de P sous la forme $P(x) = (x - 3)Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme dont on déterminera le degré.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

EXERCICE n° 4

Soit le polynôme P défini par $P(x) = x^4 + x - 2$.

1. Déterminer une racine évidente de P (appelée α).
2. Pourquoi peut-on affirmer que P peut s'écrire $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$?
3. Quel est le degré du polynôme Q ?
4. En déduire $Q(x)$.