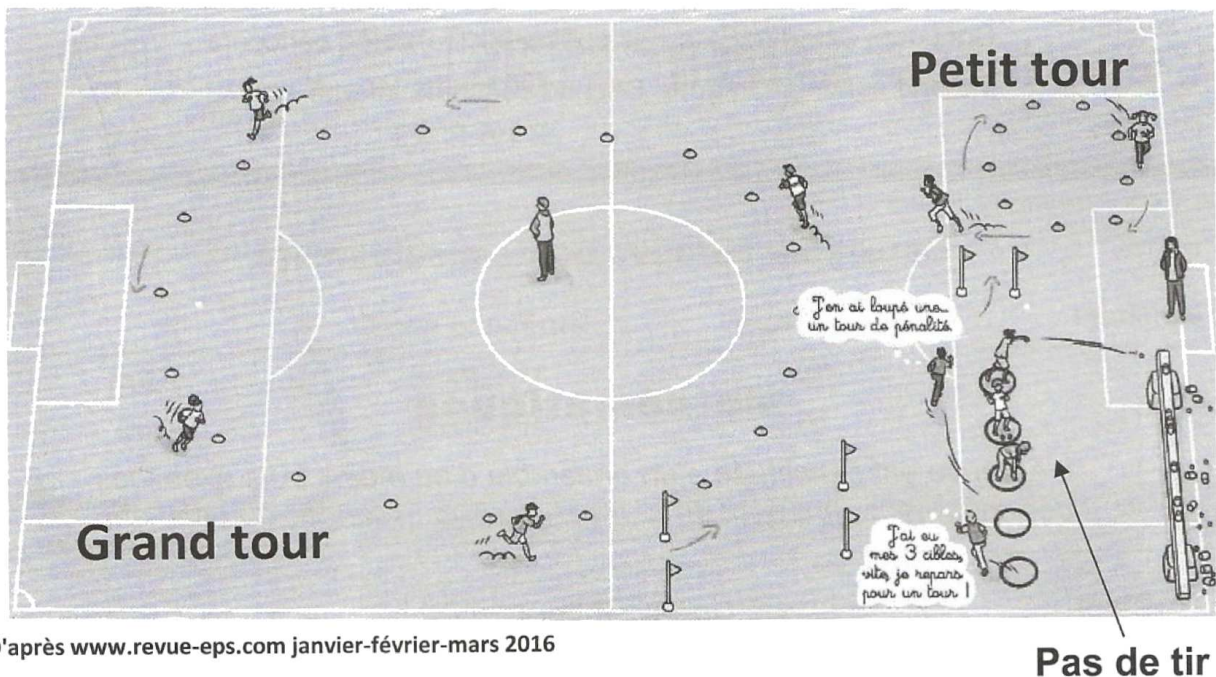


Ce document est un exemple de corrigé du sujet du groupement 1 proposé le 6 avril 2022 au (nouveau) concours de professeur des écoles, il ne s'agit pas d'un corrigé officiel.

## EXERCICE 1

Dans cette version adaptée du biathlon, les élèves ont à parcourir, en courant, 4 grands tours tracés avec des plots sur un stade comme sur la figure ci-dessous. À l'issue de chacun des 3 premiers tours, ils se présentent au pas de tir et lancent trois balles sur des cibles. S'ils atteignent 3 fois leur cible, ils n'ont pas de pénalité et repartent pour le grand tour suivant. En revanche, pour chaque lancer manqué, ils doivent effectuer un petit tour avant de repartir sur le grand tour.

Pour chaque élève on mesure la durée mise pour faire un parcours complet (grands tours + lancers + petits tours de pénalité le cas échéant). L'objectif est de mettre le moins de temps possible pour effectuer le parcours complet.



### Partie 1

Dans cette partie, les élèves s'entraînent à la course sur le grand tour, sans effectuer de lancer de balles.

1. Pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250 m.

(a) On considère un élève, qui effectue les 4 tours en 10 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne de course, en mètre par minute ?

L'élève fait 4 tours de 250 m chacun en 10 minutes, c'est-à-dire 1 000 m en 10 minutes, ou encore 100 m en 1 minute.

La vitesse moyenne de cet élève est de 100 m/min.

(b) Un autre élève a couru les 4 tours à la vitesse moyenne de 150 m/min. Déterminer sa vitesse moyenne en kilomètre par heure.

Cet élève parcourt 150 mètres en 1 minute, soit  $\frac{150}{1000}$  kilomètre en  $\frac{1}{60}$  d'heure.

Sa vitesse est de  $v = \frac{\frac{150}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = \underline{9 \text{ km/h.}}$

2. Dans le tableau ci-dessous, les longueurs d'un grand tour pour des élèves de CM1 et de CM2 sont données, ainsi que les temps de course pour effectuer 4 grands tours, de deux élèves (un en CM1 et un en CM2).

| Élève        | Longueur de 1 grand tour | Temps de course pour 4 grands tours |
|--------------|--------------------------|-------------------------------------|
| Élève de CM1 | 400 m                    | 9 minutes et 30 secondes            |
| Élève de CM2 | 500 m                    | 11 minutes et 8 secondes            |

Déterminer la vitesse moyenne (en mètre par minute, arrondie à l'unité) de chacun de ces deux élèves, lorsqu'ils ont réalisé les 4 grands tours.

L'élève de CM1 parcourt  $4 \times 400 \text{ m} = 1\,600 \text{ m}$  en 9 minutes et 30 secondes, soit 9,5 minutes.

Sa vitesse vaut  $v_1 = \frac{1\,600 \text{ m}}{9,5 \text{ min}} \approx 168,42 \text{ m/min}$ .

L'élève de CM2 parcourt  $4 \times 500 \text{ m} = 2\,000 \text{ m}$  en 11 minutes et 8 secondes, soit  $11 + \frac{8}{60}$  minutes.

Sa vitesse vaut  $v_2 = \frac{2\,000 \text{ m}}{11 + \frac{8}{60} \text{ min}} \approx 179,64 \text{ m/min}$ .

La vitesse moyenne est d'environ 168 m/min pour l'élève de CM1, et de 180 m/min pour celui de CM2.

## Partie 2

Dans cette partie, des élèves de CE1 font l'épreuve de biathlon dans sa totalité : les 4 grands tours + les 3 épreuves de lancers de 3 balles + les éventuels tours de pénalité.

On rappelle que pour un élève de CE1, la longueur du grand tour est de 250 m.

1. La longueur du tour de pénalité est de 20 m.

- (a) Sachant que le tour de pénalité forme un cercle, déterminer son rayon. Arrondir au centimètre.

Le périmètre d'un cercle se calcule grâce à la formule  $p = 2\pi R$  où  $R$  est le rayon du cercle.

On a alors :  $20 \text{ m} = 2\pi R \iff R = \frac{20 \text{ m}}{2\pi} \approx 3,183 \text{ m}$ .

Le rayon du tour de pénalité est d'environ 3,18 m.

- (b) Un élève de CE1, qui court à la vitesse moyenne de 150 m/min, prend le départ de l'épreuve. On suppose que pour effectuer 3 lancers, il passe, à chaque fois, 30 secondes sur le pas de tir.

Quelle sera la durée totale que met cet élève pour réaliser le parcours complet, s'il ne rate aucune cible au premier tour et qu'il rate une cible au 2<sup>e</sup> tour puis deux cibles au 3<sup>e</sup> tour ? Donner la réponse en minutes et secondes.

Calcul de la distance effectuée par l'élève :

- 4 grands tours =  $4 \times 250 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$  ;
- 3 cibles loupées lui font faire 3 petits tours de 20 m chacun, soit 60 m.

Au total, il va parcourir 1 060 m à une vitesse de 150 m/min.

Calcul du temps passé en course :

$$v = \frac{d}{t} \iff 150 \text{ m/min} = \frac{1\,060 \text{ m}}{t}$$

$$\iff t = \frac{1\,060 \text{ m}}{150 \text{ m/min}}$$

$$\iff t \approx 7,066 \text{ min} = 7 \text{ min } 4 \text{ s}$$

Calcul de la durée totale : on additionne le temps passé en course au temps passé sur le pas de tir, qui est de 3 fois 30 secondes, soit 1 min 30 s.

La durée totale pour cet élève est de 8 min 34 s.

2. Le professeur des écoles souhaite aider ses élèves à développer une stratégie pour améliorer leurs résultats. Il relève les performances d'un même élève de CE1 qui fait 3 fois l'épreuve de biathlon dans sa totalité en modifiant certains paramètres à chaque essai.

Dans le tableau ci-dessous,  $V_{\text{moy}}$  est la vitesse moyenne de cet élève sur les périodes de course (4 grands tours + éventuels tours de pénalités).

|   | A       | B            | C                  | D            | E                  | F            | G                  | H                               | I                         | J                           | K                        |
|---|---------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|---------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1 | élève   | tirs n°1     |                    | tirs n°2     |                    | tirs n°3     |                    | distance<br>totale<br>parcourue | temps<br>de course<br>(s) | $V_{\text{moy}}$<br>(m/min) | durée<br>totale<br>(min) |
| 2 |         | durée<br>(s) | cibles<br>manquées | durée<br>(s) | cibles<br>manquées | durée<br>(s) | cibles<br>manquées |                                 |                           |                             |                          |
| 3 | essai 1 | 30           | 0                  | 30           | 1                  | 30           | 2                  |                                 | 418                       |                             |                          |
| 4 | essai 2 | 30           | 0                  | 32           | 0                  | 35           | 0                  |                                 | 300                       |                             |                          |
| 5 | essai 3 | 19           | 3                  | 21           | 3                  | 21           | 3                  |                                 | 341                       |                             |                          |

- (a) La formule saisie en H3 puis recopiée vers le bas est  $=1000+(C3+E3+G3)*20$ .  
 Expliquer le terme  $(C3+E3+G3)*20$  dans le contexte de l'exercice.  
 $(C3+E3+G3)$  correspond à la somme des tirs ratés. Chaque tir raté ayant comme effet de faire un tour de pénalité de 20 m, la formule  $(C3+E3+G3)*20$  correspond à la distance supplémentaire parcourue en raison des cibles loupées, exprimée en mètre.
- (b) Donner une formule qui pourra être introduite dans la cellule J3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.  
 La vitesse moyenne se calcule en divisant la distance totale parcourue (donnée par la colonne H et exprimée en mètre) par le temps de course (donné par la colonne I et exprimé en seconde).  
 Pour obtenir la vitesse moyenne en m/min, il faut convertir la durée en minute, donc la diviser par 60. Une formule introduite en J3 peut alors être :  $=H3/(I3/60)$ .
- (c) Donner une formule qui pourra être introduite dans la case « durée totale » K3, de telle sorte qu'elle puisse être recopiée vers le bas pour effectuer le calcul pour les autres essais.  
 La durée totale, en minute, est la somme du temps de course et du temps passé sur pour chacun des trois tirs. Ceux-ci étant exprimés en seconde, il faut diviser le tout par 60 pour obtenir des minutes. On peut donc, par exemple, introduire la formule  $=(B3+D3+F3+I3)/60$  dans la case K3 avant de l'étirer vers le bas.

Après calculs, on obtient le tableau complet ci-dessous :

|   | A       | B            | C                  | D            | E                  | F            | G                  | H                               | I                         | J                           | K                        |
|---|---------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|--------------|--------------------|---------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1 | élève   | tirs n°1     |                    | tirs n°2     |                    | tirs n°3     |                    | distance<br>totale<br>parcourue | temps<br>de course<br>(s) | $V_{\text{moy}}$<br>(m/min) | durée<br>totale<br>(min) |
| 2 |         | durée<br>(s) | cibles<br>manquées | durée<br>(s) | cibles<br>manquées | durée<br>(s) | cibles<br>manquées |                                 |                           |                             |                          |
| 3 | essai 1 | 30           | 0                  | 30           | 1                  | 30           | 2                  | 1060                            | 482                       | 132                         | 9,53                     |
| 4 | essai 2 | 30           | 0                  | 32           | 0                  | 35           | 0                  | 1000                            | 469                       | 128                         | 9,43                     |
| 5 | essai 3 | 19           | 3                  | 21           | 3                  | 21           | 3                  | 1180                            | 566                       | 125                         | 10,45                    |

- (d) Interpréter le tableau pour déterminer ce que l'élève a modifié entre l'essai 2 et l'essai 3.  
Entre l'essai 2 et l'essai 3, l'élève a décidé de tirer plus vite.
- (e) Si on analyse les performances de l'élève aux essais 2 et 3, quelle hypothèse ce tableau permet-il de faire du point de vue des stratégies à adopter ?  
 En observant la durée total à l'essai 2 et à l'essai 3, on constate que l'élève a mis une minute de moins au total alors qu'il a passé plus de temps sur le pas de tirs (essai 2), puisqu'il a dû parcourir plus de distance.  
 On peut donc admettre que, dans ce cas, la stratégie à adopter serait de prendre son temps à bien viser et donc commettre moins de faute au lieu de se précipiter pour terminer son tir plus rapidement et devoir effectuer des tours de pénalité.

## EXERCICE 2

On dispose d'un dé cubique non truqué dont les faces opposées sont identiques : deux faces numérotées 0, deux faces numérotées 1 et deux faces numérotées 2.

1. On effectue deux lancers et on lit, à chaque lancer, le chiffre inscrit sur la face supérieure. Les deux lancers permettent d'obtenir un nombre décimal : le résultat du premier lancer donne le chiffre des unités et celui du second lancer le chiffre des dixièmes.

- (a) Donner la liste de tous les nombres que l'on peut obtenir.

On peut, par exemple, recenser toutes les possibilités grâce à un tableau.

| dé 1 \ dé 2 | 0   | 1   | 2   |
|-------------|-----|-----|-----|
| 0           | 0,0 | 0,1 | 0,2 |
| 1           | 1,0 | 1,1 | 1,2 |
| 2           | 2,0 | 2,1 | 2,2 |

On peut obtenir les nombres

0 ; 0,1 ; 0,2 ; 1 ; 1,1 ; 1,2 ; 2 ; 2,1 et 2,2.

- (b) Justifier que la probabilité d'obtenir 1,2 est égale à  $\frac{1}{9}$ .

On obtient 1,2 en tirant un « 1 » au premier lancer et un « 2 » au deuxième lancer.

La probabilité d'obtenir 1,2 est donc de  $p = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ .

Remarque : notons également que le nombre de faces numérotées 1, 2 et 3 sont égales, on a donc la même probabilité d'obtenir chaque issue du tableau, à savoir  $\frac{1}{9}$ .

- (c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement inférieur à 1 ?

On obtient un nombre strictement inférieur à 1 en tirant un « 0 » au premier lancer quel que soit le deuxième lancer. La probabilité est donc de  $p = \frac{1}{3}$ .

- (d) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre entier ?

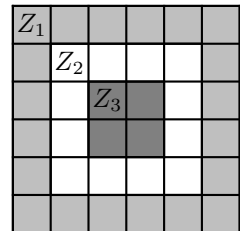
On a 3 issues possibles (0 ; 1 et 2) donc, la probabilité d'obtenir un nombre entier est de  $3 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ .

- (e) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre décimal ?

Tous les nombres obtenus sont des nombres décimaux car ils peuvent s'écrire sous forme de fractions décimales :  $0,1 = \frac{1}{10}$ ;  $0,2 = \frac{2}{10}$  ... Donc, la probabilité d'obtenir un nombre décimal est égal à 1.

2. Le tapis représenté ci-contre est constitué de 36 carrés de côté 10 cm. Ces carrés définissent trois zones  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  repérées par des couleurs différentes.

Avec le même dé que précédemment, on effectue un lancer sur ce tapis et on regarde la face supérieure. Si le dé tombe à cheval sur deux zones, on le relance. On admet que la probabilité que le dé tombe dans une zone est proportionnelle à l'aire de la zone.



- (a) Quelle est la probabilité que le dé tombe dans la zone  $Z_2$  ?

La zone  $Z_2$  a une aire de  $12 \times (10 \text{ cm})^2 = 1200 \text{ cm}^2$  et l'aire total vaut  $36 \times (10 \text{ cm})^2 = 3600 \text{ cm}^2$ .

Donc, la probabilité de tomber sur cette zone vaut  $\frac{1200 \text{ cm}^2}{3600 \text{ cm}^2} = \frac{1}{3}$ .

- (b) Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone  $Z_2$  et donne le nombre 1 ?

La probabilité d'obtenir le nombre 1 est de  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  et celle de tomber sur la zone 2 vaut  $\frac{1}{3}$ .

Donc, la probabilité que ces deux issues soient réalisées en même temps est de  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ .

- (c) Quelle est la probabilité que le dé tombe en zone  $Z_2$  et donne un nombre pair ?

La probabilité d'obtenir un nombre pair est de  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  et celle de tomber sur la zone 2 vaut  $\frac{1}{3}$ .

Donc, la probabilité que ces deux issues soient réalisées en même temps est de  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ .


## EXERCICE 3


Un enseignant d'une classe de CM2 a proposé ce problème à ses élèves.


*Dans un bocal, un enfant a des billes vertes, des billes rouges et des billes bleues. Il a 4 fois plus de billes rouges que de billes vertes et il a 3 billes vertes de plus que de billes bleues. En tout il a 51 billes. Combien a-t-il de billes de chaque couleur ?*

D'après un problème du Guide pour enseigner la résolution de problèmes au cours moyen, Ministère de l'éducation nationale, 2021.

1. Voici la réponse proposée par Samira, une élève de la classe de CM2 :

Vertes 


Rouges 


Bleues  3

} 51 billes

$51 - 3 = 48$


6  = 48


 = 8       $4 \times 8 = 32$


$8 + 3 = 11$

Il y a 8 billes vertes, 32 billes rouges et 11 billes bleues, ça fait bien 51 billes.

Proposer une version corrigée du schéma utilisé par Samira pour résoudre le problème.

Vertes 


Rouges 


Bleues  3

} 51 billes

$51 + 3 = 54$

6  = 54

 = 9       $4 \times 9 = 36$

$9 - 3 = 6$

Il y a 9 billes vertes, 36 billes rouges et 6 billes bleues, ça fait bien 51 billes.

2. (a) En notant  $v$  le nombre de billes vertes, déterminer, en fonction de  $v$ , le nombre de billes rouges et le nombre de billes bleues.

Si  $v$  est le nombre de billes vertes, il y a 4 fois plus de billes rouges, donc  $4v$  billes rouges.

Il y a également 3 billes vertes de plus que de billes bleues, donc 3 billes bleues de moins que de billes vertes, soit  $v - 3$  billes bleues.

Dans le bocal, il y a  $v$  billes vertes,  $4v$  billes rouges et  $v - 3$  billes bleues.

(b) Mettre le problème en équation et la résoudre pour répondre algébriquement à la question posée dans l'énoncé.

La somme des billes vertes, rouges et bleues donne 51. Donc, on peut établir l'équation suivante :

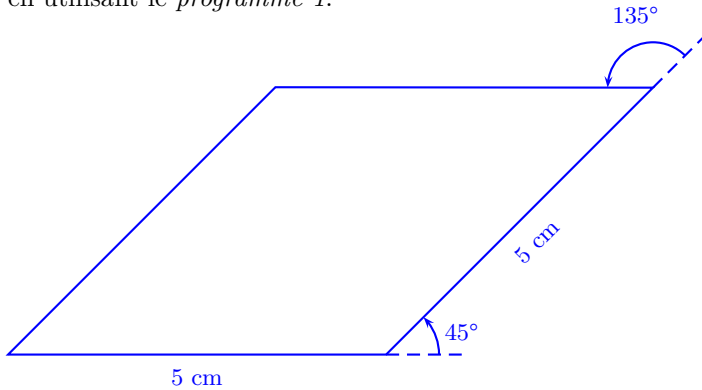
$$\begin{aligned} v + 4v + v - 3 &= 51 &\Leftrightarrow 6v - 3 &= 51 \\ &&\Leftrightarrow 6v &= 51 + 3 \\ &&\Leftrightarrow 6v &= 54 \\ &&\Leftrightarrow v &= \frac{54}{6} = 9. \end{aligned}$$

Le bocal contient 9 billes vertes, 36 billes rouges et 6 billes bleues.

## EXERCICE 4

Le programme ci-contre (*programme 1*) a été écrit avec le logiciel Scratch.

1. En prenant  $C = 50$  et 1 cm pour 10 pixels, tracer la figure construite en utilisant le *programme 1*.

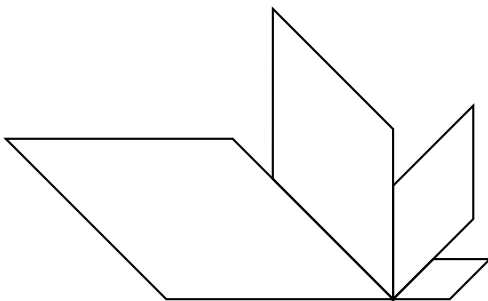


2. Quelle est la nature de la figure tracée? Justifier la réponse.

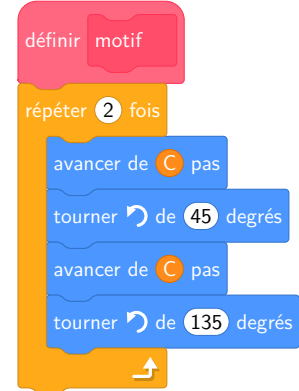
La première répétition fait tracer deux segments consécutifs. À la fin de la boucle, la rotation vers la gauche de  $135^\circ$  implique un angle de  $45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$  entre le premier et le troisième segment. Ils sont donc parallèles. Le dernier segment, après une rotation de  $45^\circ$ , est parallèle au deuxième puisqu'ils forment un angle de  $135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ .

On a donc un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est un parallélogramme. De plus, les quatre côtés sont de même mesure (50 pixels), c'est un losange de côté 50 pixels.

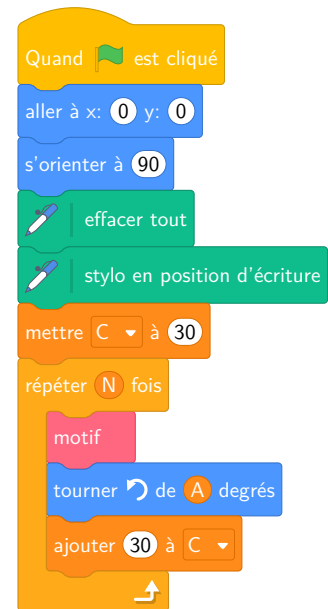
3. On écrit le *programme 2* en utilisant le bloc précédent, afin d'obtenir la figure représentée ci-après.



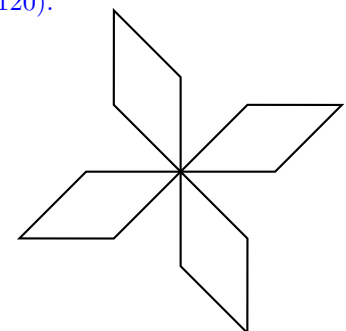
Programme 1



Programme 2



- a. Quelles valeurs attribuer aux lettres  $A$  et  $N$  dans le programme 2 pour obtenir la figure correspondante?  $A$  correspond à l'angle de rotation du motif dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, il est ici de  $45^\circ$  et  $N$  correspond au nombre de répétitions du motif, c'est-à-dire 4. On peut choisir  $A = 45$  et  $n = 4$  pour obtenir la figure donnée.
- b. Quelle est la valeur de la variable  $C$  une fois le programme exécuté?  $C$  vaut initialement 30, et il est augmenté de 30 à chaque fin de répétition. En fin de programme, il vaut donc  $30 + 4 \times 30 = 150$  (cependant, le côté du dernier losange tracé vaut 120).
4. Comment peut-on modifier le programme 2 pour obtenir la figure ci-contre pour laquelle chaque segment mesure 30 pixels? Il suffirait de donner la valeur de 90 à  $A$  et de supprimer la ligne « ajouter 30 à  $C$  ».



NB : le programme Scratch de ce corrigé a été tapé dans le style de Scratch 3.0, alors que l'original était en Scratch 2.0.

## EXERCICE 5

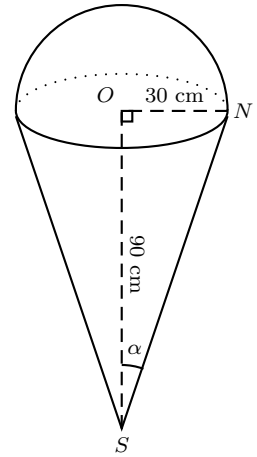
Un ballon-sonde est un ballon à gaz utilisé pour faire des mesures locales dans l'atmosphère.

Dans le cadre du projet scientifique qu'elle anime pour sa classe de CM2, une professeure des écoles a reçu un petit ballon-sonde, représenté ci-contre.

Son enveloppe, composée de matières plastiques et de latex, a la forme, une fois gonflée, d'un cône de révolution surmonté d'une demi-sphère.

Les dimensions données sur la figure ci-contre sont celles du ballon-sonde au sol, sur le lieu du lâcher situé au niveau de la mer.

La pression atmosphérique diminuant avec l'altitude, le ballon se dilate en prenant de la hauteur et ses dimensions augmentent jusqu'à l'éclatement après une ascension de plus de vingt kilomètres.



On pourra, si nécessaire, utiliser le formulaire ci-dessous.

|                                 |  |  |
|---------------------------------|--|--|
|                                 |  |  |
| Périmètre du disque<br>$2\pi r$ | Volume du cône de révolution<br>$\frac{1}{3}\pi r^2 h$ | Volume de la boule<br>$\frac{4}{3}\pi r^3$ |
| Aire du disque<br>$\pi r^2$     | Aire de la surface latérale<br>$\pi r g$               | Aire de la sphère<br>$4\pi r^2$            |

1. (a) Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que le volume exact du ballon-sonde au niveau de la mer, est égal à  $45\,000\pi\text{ cm}^3$ .

$$\text{Calcul du volume de la partie conique : } V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times (30\text{ cm})^2 \times 90\text{ cm} = 27\,000\pi\text{ cm}^3.$$

$$\text{Calcul du volume de la demi-sphère : } V_2 = \frac{1}{2} \times \left( \frac{4}{3} \times \pi \times (30\text{ cm})^3 \right) = 18\,000\pi\text{ cm}^3.$$

$$\text{Calcul du volume du ballon-sonde : } V = V_1 + V_2 = 27\,000\pi\text{ cm}^3 + 18\,000\pi\text{ cm}^3 = 45\,000\pi\text{ cm}^3.$$

Le volume du ballon-sonde au niveau de la mer est de  $45\,000\pi\text{ cm}^3$ .

- (b) Donner le volume du ballon sonde en litre, arrondi à l'entier.

Grâce à la correspondance «  $1\text{ dm}^3 = 1\text{ L}$  », on a :

$$V = 45\,000\pi\text{ cm}^3 = 45\pi\text{ dm}^3 = 45\pi\text{ L} \approx 141,37.$$

Le ballon a un volume d'environ 141 litres.

2. Montrer qu'une génératrice du cône mesure  $\sqrt{9000}\text{ cm}$ .

Dans le cône de révolution, la hauteur  $h$  est perpendiculaire au rayon  $r$ . On peut donc appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle en  $O$  de côtés  $h$ ,  $r$  et  $g$  :

$$g^2 = h^2 + r^2 = (90\text{ cm})^2 + (30\text{ cm})^2 = 9\,000\text{ cm}^2$$

La génératrice du cône mesure  $\sqrt{9000}\text{ cm}$ .



3. En déduire que l'enveloppe totale du ballon-sonde, au niveau de la mer, a une aire d'environ  $1,5 \text{ m}^2$  au dixième près.

Calcul de l'enveloppe de la partie conique (surface latérale du cône) :

$$A_1 = \pi \times 30 \text{ cm} \times \sqrt{9000} \text{ cm} = 900\sqrt{10} \pi \text{ cm}^2.$$

Calcul de l'enveloppe de la demi-sphère (demi-aire de la sphère) :

$$A_2 = \frac{1}{2} \times (4 \times \pi \times (30 \text{ cm})^2) = 18000 \pi \text{ cm}^2.$$

Calcul de l'enveloppe du ballon-sonde :

$$A = A_1 + A_2 = 900\sqrt{10} \pi \text{ cm}^2 + 18000 \pi \text{ cm}^2 \approx 14596 \text{ cm}^2 \approx 1,4596 \text{ m}^2.$$

L'enveloppe totale du ballon sonde au niveau de la mer a une aire d'environ  $1,5 \text{ m}^2$ .

4. Entre 0 mètre d'altitude et 4 500 mètres d'altitude, les longueurs du ballon-sonde augmentent de 25 %.

- (a) Par quel nombre les longueurs initiales sont-elles multipliées ?

Une augmentation de 25 % correspond à un coefficient multiplicateur de  $1 + \frac{25}{100} = 1,25$ .

Les longueurs initiales sont multipliées par 1,25.

- (b) Montrer que, à 4 500 mètres d'altitude, l'enveloppe totale du ballon-sonde a une aire d'environ  $2,3 \text{ m}^2$  arrondie au dixième près.

À cette altitude, les longueurs sont multipliées par 1,25, et les aires par  $1,25^2 = 1,5625$ .

On a alors  $1,5625 \times 1,5 \text{ m}^2 = 2,34375 \text{ m}^2$ .

À 4 500 mètres, l'aire de la sonde est d'environ  $2,3 \text{ m}^2$ .

- (c) Donner un arrondi, au litre près, du volume du ballon-sonde à 4 500 mètres d'altitude.

À cette altitude, les longueurs sont multipliées par 1,25 et les volumes par  $1,25^3 = 1,953125$ .

On a alors  $1,953125 \times 141 \text{ L} = 275,39 \text{ L}$ .

À 4 500 mètres, le volume de la sonde est d'environ 275 L.

5. On lâche le ballon à 0 mètre d'altitude. On relève alors une température de  $15^\circ\text{C}$ . À 4 500 mètres d'altitude, la température transmise est de  $-12^\circ\text{C}$ . Entre 0 et 12 000 m d'altitude, la température, en degré Celsius, en fonction de l'altitude  $x$ , en mètre, peut être modélisée par une fonction affine notée  $t$ .

Montrer que pour tout  $x$  entre 0 et 12 000, on a  $t(x) = -0,006x + 15$ .

On considère la fonction affine d'équation  $t(x) = ax + b$ .

À 0 mètre d'altitude, la température de  $15^\circ\text{C}$  donc :  $t(0) = a \times 0 + b = 15 \iff b = 15$ .

À 4 500 mètres d'altitude, la température de  $-12^\circ\text{C}$  donc :  $t(4500) = a \times (4500) + 15 = -12$

Soit,  $4500a = -12 - 15 = -27$  et  $a = -27 \div 4500 = -0,006$ .

Pour tout  $x$  entre 0 et 12 000,  $t(x) = -0,006x + 15$ .

6. À partir de quelle altitude la température devient-elle négative? Justifier le résultat en résolvant une inéquation.

La température devient négative lorsque  $t(x) < 0$ , soit  $-0,006x + 15 < 0 \iff -0,006x < -15$

$$\iff x > \frac{-15}{-0,006} \iff x > 2500.$$

La température devient négative à partir de 2 500 mètres d'altitude.

7. La professeure des écoles a réalisé, à l'aide d'un tableur, le calcul des températures en fonction de l'altitude du ballon-sonde.

|   | A                     | B  | C   | D    | E    | F    | G    | H    | I    | J    | K    | L    | M    | N    | O    | P    | Q    | R    | S    | T    | U    | V     | W     | X     | Y     | Z     |
|---|-----------------------|----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | altitude en mètre     | 0  | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 | 3500 | 4000 | 4500 | 5000 | 5500 | 6000 | 6500 | 7000 | 7500 | 8000 | 8500 | 9000 | 9500 | 10000 | 10500 | 11000 | 11500 | 12000 |
| 2 | température en degrés | 15 | 12  | 9    | 6    | 3    | 0    | -3   | -6   | -9   | -12  | -15  | -18  | -21  | -24  | -27  | -30  | -33  | -36  | -39  | -42  | -45   | -48   | -51   | -54   | -57   |

En observant les données du tableau, sachant que le ballon part de 0 mètre d'altitude, à quelle altitude se trouve-t-il lorsque la température a baissé de  $30^\circ\text{C}$  ?

La température aura baissé de  $30^\circ\text{C}$  lorsque celle-ci sera de  $-15^\circ\text{C}$ . Dans le tableau, on peut lire que cette température est atteinte à 5 000 mètres d'altitude.