Ce document est un exemple de corrigé du sujet du groupement 3 proposé le 6 avril 2022 au (nouveau) concours de professeur des écoles, il ne s'agit pas d'un corrigé officiel.

EXERCICE 1

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Donner la bonne réponse en la justifiant.
Une réponse erronée n'enlève pas de point. Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.

Questions :	**A**	**B**	**C**	**D**
1. Quel est le volume d'un cylindre d'une hauteur de 6 cm et de base un disque d'un diamètre de 8 cm ? *On rappelle que le volume d'un cylindre se calcule avec la formule suivante : aire de la base × hauteur.*	$48\,\pi$ cm^3	$96\,\pi$ cm^3	$144\,\pi$ cm^3	$384\,\pi$ cm^3
2. Le 1$^{\text{er}}$ juin, Nicolas lance une rumeur en la partageant avec trois personnes. Chaque jour, une personne prévenue la veille prévient trois nouvelles personnes qui ne sont pas encore informées. Combien de personnes apprennent la rumeur le 10 juin ?	30	1 000	59 049	177 147
3. Le prix d'un article subit une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 10 % quelques semaines plus tard. Au final :	le prix de l'article a baissé de 1 %.	l'article a retrouvé son prix initial.	le prix de l'article a augmenté de 1 %.	le prix de l'article a augmenté de 5 %.
4. $\dfrac{4}{25}$ est ...	un nombre réel mais n'est pas un nombre rationnel.	un nombre rationnel mais n'est pas un nombre décimal.	un nombre décimal mais n'est pas un nombre entier.	un nombre entier.
5. Le quart de $\dfrac{4}{12}$ est...	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{4}{3}$	$\dfrac{16}{48}$	$\dfrac{4}{48}$
6. $\dfrac{2}{3} \times 5 + 5 \times \dfrac{1}{3}$ est égale à	5	$\dfrac{20}{9}$	$\dfrac{15}{15}$	$\dfrac{20}{90}$
7. Le triangle ABC est rectangle en B. De plus, $AB = 8$ cm et $AC = 10$ cm. L'aire du triangle ABC est...	24 cm^3	40 cm^3	48 cm^3	80 cm^3

1. La base du cylindre est un disque de rayon r dont l'aire vaut $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.
   La base du cylindre à un rayon de 4 cm et sa hauteur est 6 cm. L Donc :
   $\mathcal{V} = \pi \times (4 \text{ cm})^2 \times 6 \text{ cm} = 96\,\pi \text{ cm}^3$.
   La bonne réponse est B.

2. Au premier jour, 3 personnes sont prévenues, soit 3^1 ;
   le deuxième jour chacune de ces 3 personnes en préviennent 3, ce qui fait 9 personnes, soit 3^2 ;
   le troisième jour, 27 personnes sont prévenues, soit 3^3...
   Au dixième jour, on aura 3^{10} personnes prévenues, soit 59 049.
   La bonne réponse est C.

3. Une hausse de 10 % correspond à un coefficient multiplicateur de $1 + \dfrac{10}{100} = 1,1$.
   Une baisse de 10 % correspond à un coefficient multiplicateur de $1 - \dfrac{10}{100} = 0,9$.
   Si on a une hausse de 10 %, suivie d'une baisse de 10 %, cela fait un coefficient de $1,1 \times 0,9 = 0,99$.
   Or, $0,99 = 1 - \dfrac{1}{100}$, ce qui correspond à une baisse de 1 %.
   La bonne réponse est A.

4. $\dfrac{4}{25} = \dfrac{16}{100} = 0,16$ donc, cette fraction est un nombre décimal mais n'est pas un entier.
   La bonne réponse est C.

5. $\dfrac{1}{4} \times \dfrac{4}{12} = \dfrac{4}{48}$.
   La bonne réponse est D.

6. $\dfrac{2}{3} \times 5 + 5 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{10}{3} + \dfrac{5}{3} = \dfrac{15}{3} = 5$.
   La bonne réponse est A.

7. Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $$\begin{aligned} AC^2 = AB^2 + BC^2 &\iff (10 \text{ cm})^2 = (8 \text{ cm})^2 + BC^2 \\ &\iff BC^2 = 100 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2 \\ &\text{Donc, } BC = \sqrt{36} \text{ cm} = 6 \text{ cm.} \end{aligned}$$
   L'aire du triangle ABC est égale à $AB \times BC = \dfrac{8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}}{2} = 24 \text{ cm}^2$.
   La bonne réponse est A.

EXERCICE 2

Célia s'entraîne à courir tous les jours de la semaine sur le même parcours.

1. Elle aimerait comparer ses résultats d'entraînement sur une semaine à ceux de sa sœur qui s'entraîne également sur le même parcours.

Résultats obtenus par Célia cette semaine :	Résultats obtenus par sa sœur cette semaine :
Lundi : 33 min et 12 secondes Mardi : 32 min et 4 secondes Mercredi : 40 min et 25 secondes Jeudi : 27 min et 11 secondes Vendredi : 30 min Samedi : 26 min et 38 secondes Dimanche : 29 min et 1 seconde	Moyenne : 31 min et 13 secondes Médiane : 30 min Étendue : 3 min

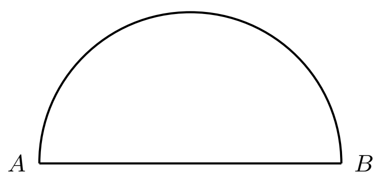
(a) Comparer les durées moyennes de course.
Pour Célia, on additionne tous les résultats, puis on divise par 7.
On peut commencer par additionner les minutes : $33 + 32 + 40 + 27 + 30 + 26 + 29 = 217$;
puis, on fait de même avec les secondes : $12 + 4 + 25 + 11 + 38 + 1 = 91$.
Au total, cela fait $217 \times 60 \text{ s} + 91 \text{ s} = 13\,111 \text{ s}$.
$\overline{m}_{\text{Célia}} = \dfrac{13\,111 \text{ s}}{7} = 1\,873 \text{ s} = 31 \times 60 \text{ s} + 13 \text{ s} = 31 \text{ min et } 13 \text{ s}$.
Célia et sa soeur ont eu la même durée moyenne de course cette semaine.

(b) Comparer les durées médianes de course.
Pour déterminer la durée médiane de Célia, il suffit de les classer dans l'ordre croissant (par exemple), puis de prendre la valeur centrale, c'est-à-dire la 4e.
On obtient 30 min.
Célia et sa soeur ont eu la même durée médiane de course cette semaine.

(c) Avec les informations ci-dessus, Célia affirme « Je suis la seule de nous deux à avoir réussi à effectuer ce parcours en moins de 28 minutes cette semaine ». Cette affirmation est-elle vraie ?
La moyenne de la sœur est de 31 min 13 s. L'étendue étant de 3 min, la valeur minimal est nécéssairement supérieure à 28 min 13 s.
Célia a raison, c'est la seule à avoir fait le parcours en moins de 28 minutes.

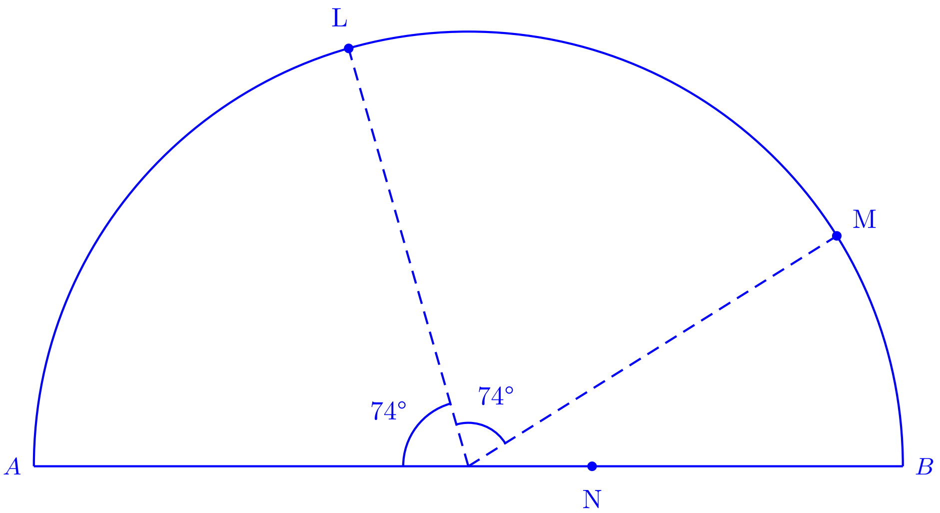
(d) Avec les informations ci-dessus, sa sœur lui répond « Moi, j'ai été la plus régulière de nous deux sur la semaine ». Expliquer ce commentaire.
L'étendue des résultats de Célia est égale à 40 min 25 s − 26 min 38 s = 13 min 47 s, alors que celle de sa sœur est de 3 min.
C'est certainement pour cette raison que la sœur de Célia dit avoir été plus régulière.

2. Le parcours d'entraînement Célia est représenté ci-dessous.
Le diamètre $[AB]$ du demi-cercle reliant le point A au point B a pour longueur 2 300 m.



(a) Représenter le parcours à l'échelle $\dfrac{1}{20\,000}$. Justifier les mesures retenues pour réaliser la construction à l'échelle.

À l'échelle $\dfrac{1}{20\,000}$, 1 cm sur la figure représente 20 000 cm dans la réalité, c'est-à-dire 200 m.
Or, $2\,300 \text{ m} = 11,5 \times 200 \text{ m}$ donc, le diamètre du demi-cercle mesure 11,5 cm sur la figure.



(b) Montrer que la distance du parcours, arrondie à l'unité, est d'environ 5 913 m.
Le parcours est composé d'un demi-cercle de rayon 1 150 m et d'une ligne droite de 2 300 m.
La longueur du demi-cercle vaut $\dfrac{2 \times \pi \times 1\,150 \text{ m}}{2} \approx 3\,612,83 \text{ m}$.
$3\,612,83 \text{ m} + 2\,300 \text{ m} = 5\,912,83 \text{ m}$.
Le parcours mesure environ 5 913 m.

(c) Aujourd'hui, Célia a bouclé le parcours sur une durée de 33 minutes et 36 secondes.
Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième près ?
$v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{5\,913 \text{ m}}{33 \text{ min } 36 \text{ s}} = \dfrac{5\,913 \text{ m}}{2\,016 \text{ s}} = \dfrac{5,913 \text{ km}}{\dfrac{2\,016}{3\,600} \text{ h}} \approx 10,56 \text{ km/h}$.
La vitesse de Célia a été d'environ 10,6 km/h.

(d) Célia a l'habitude d'effectuer le parcours dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du point A. Sur la représentation de la question **2.(a)**, placer les points L, M et N correspondants respectivement au quart, à la moitié et aux trois quarts du parcours.
Le parcourt mesure 5 913 m.

– Le quart de 5 913 m est égal à 1 478,25 m.
Or, les 3 613 m du demi-cercle correspondent à un angle de 180°.
Pour 1 478,25 m, l'angle correspond à $\dfrac{1\,478,25 \text{ m} \times 180°}{3\,613 \text{ m}} \approx 74°$.

– La moitié de 5 913 m est égale à 2 956,5 m, qui reste sur le demi-cercle, et dont l'angle est le double que pour le quart du parcours, soit 148°.

– Comme un quart du parcours est égal à 1 478,25 m, les trois quarts correspondent au moment où Célia est à 1 478,25 m de la fin du parcours, ce qui correspond à une distance de $\dfrac{1\,478,25}{200} = 7,39$ cm du point A sur le segment $[AB]$.

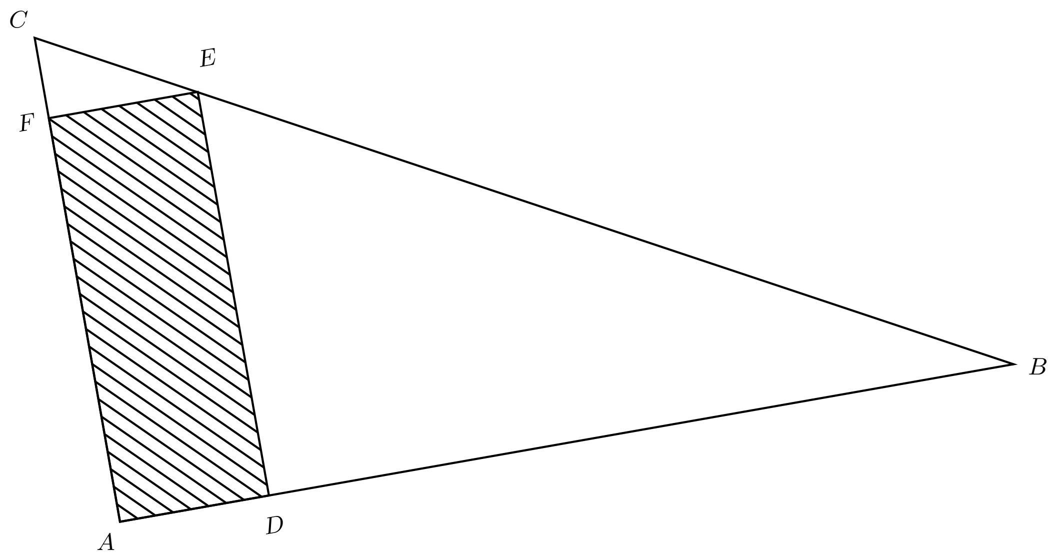
Exercice 3

Dans ce problème, les figures qui sont dessinées ne sont pas représentées à l'échelle.

Partie A : Installation du potager

Une enseignante a le projet d'installer un potager rectangulaire $ADEF$ sur une parcelle de forme triangulaire ABC dans l'enceinte de l'école.
Les points A, B, C, D, E et F sont tels que :

- $AB = 24$ m, $AC = 10$ m et $BC = 26$ m ;
- $D \in [AB], E \in [BC]$ et $F \in [AC]$.



La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   Dans le triangle ABC, on a d'une part : $BC^2 = (26 \text{ m})^2 = 676 \text{ m}^2$;
   et d'autre part, $AB^2 + AC^2 = (24 \text{ m})^2 + (10 \text{ m})^2 = 576 \text{ m}^2 + 100 \text{ m}^2 = 676 \text{ m}^2$.
   $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Dans la suite de cette partie, on souhaite déterminer où positionner le point D sur $[AB]$ pour que l'aire du rectangle hachuré $ADEF$ soit la plus grande possible.

2. Dans cette partie on considère que $AD = 4,8$ m.
   (a) Montrer que la longueur DE est égale 8 m.
   $ADEF$ est un rectangle, les côtés (AF) et (DE) sont donc parallèles.
   De plus, les points B, D, A et B, E, C sont alignés dans cet ordre.
   D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC} = \dfrac{DE}{AC} \iff \dfrac{24 \text{ m} - 4,8 \text{ m}}{24 \text{ m}} = \dfrac{BE}{26 \text{ m}} = \dfrac{DE}{10 \text{ m}}$
   $$\implies \frac{19,2 \text{ m}}{24 \text{ m}} = \frac{DE}{10 \text{ m}}$$
   $$\implies DE = \frac{19,2 \text{ m} \times 10 \text{ m}}{24 \text{ m}} = 8 \text{ m}.$$
   La longueur DE est égale à 8 m.

   (b) En déduire l'aire du rectangle $ADEF$ en m^2.
   $\mathcal{A}_{ADEF} = AD \times DE = 4,8 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 38,4 \text{ m}^2$.
   L'aire du triangle $ADEF$ est égale à 38,4 m^2.

On note x la longueur, exprimée en mètre, du segment $[AD]$.

3. (a) Montrer que $DE = 10 - \frac{5}{12}x$.

$ADEF$ est un rectangle, les côtés (AF) et (DE) sont donc parallèles.
De plus, les points B, D, A et B, E, C sont alignés dans cet ordre.
D'après le théorème de Thalès, avec des mesures de longueurs en mètre, on a :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} \iff \frac{24-x}{24} = \frac{BE}{26} = \frac{DE}{10}$$
$$\implies DE = \frac{(24-x)\times 10}{24} = \frac{240-10x}{24} = 10 - \frac{5x}{12}.$$

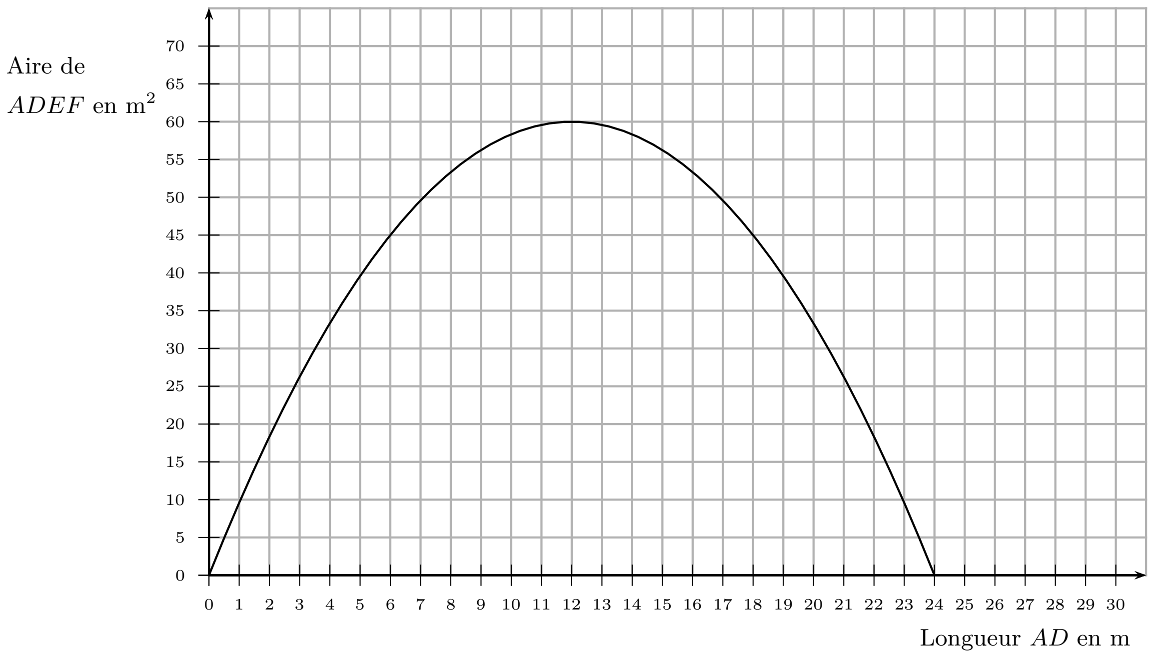
La longueur DE, en mètre, est égale à $10 - \frac{5}{12}x$.

(b) En déduire l'aire du rectangle $ADEF$ en fonction de x.

$$\mathcal{A}_{ADEF} = AD \times DE = x \times \left(10 - \frac{5}{12}x\right) = 10x - \frac{5}{12}x^2.$$

L'aire du triangle $ADEF$ est égale à $10\,x - \frac{5}{12}x^2$.

4. Le graphique ci-dessous représente l'aire, exprimée en mètre carré, du rectangle $ADEF$ en fonction de la longueur x en mètre.



À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :

(a) Quelle est l'aire du potager si la longueur AD vaut 5 m ?
Si $AD = 5$ m, alors l'aire du potager vaut environ 40 m^2.

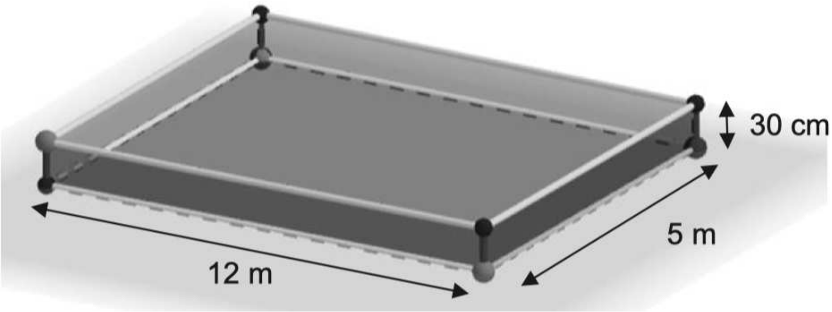
(b) Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle égale à 45 m^2 ?
L'aire du potager est égale à 45 m^2 lorsque $AD = 6$ m ou $AD = 18$ m.

(c) Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur AD l'aire du potager est-elle supérieure ou égale à 50 m^2 ?
L'aire du potager est supérieure ou égale à 50 m^2 lorsque AD est comprise en 7 m et 17 m environ.

(d) Quelle est l'aire maximale du potager ? Donner la longueur et la largeur du rectangle $ADEF$ correspondant.
L'aire maximale du potager est de 60 m^2, atteinte lorsque AD vaut 12 m, et DE vaut donc 5 m.

Partie B : Choix du terreau

Dans cette partie, le jardin est assimilé à un rectangle qui a pour longueur 12 m et pour largeur 5 m. On souhaite entourer le jardin d'une bordure de 30 cm de hauteur afin de remplir le pavé droit obtenu d'un mélange de terre et de terreau. On négligera, dans cette partie, l'épaisseur de la bordure du jardin.
Le mélange est composé d'un tiers de terreau et de deux tiers de terre.



1. Montrer que le volume de terreau nécessaire pour le potager est de 6 m^3.
   On commence par calculer le volume du bac :
   $\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} = 12\text{ m} \times 5\text{ m} \times 0,3\text{ m} = 18\text{ m}^3$.
   Le remplissage nécessite un tiers de terreau, soit $\frac{1}{3} \times 18\text{ m}^3 = 6\text{ m}^3$.
   On a besoin de 6 m^3 de terreau pour remplir le potager.

2. Trois magasins proposent les offres suivantes :

   Magasin 1

   Livraison : 20 €

   0,10 € le litre de terreau

   Magasin 2

   Livraison offerte

   2,35 € le sac de 20 litres de terreau

   20 % de remise immédiate après l'achat d'une carte de fidélité au prix de 10 €

   Magasin 3

   Livraison offerte pour tout achat supérieur à 50 €

   5,37 € le sac de 50 litres de terreau

   Quel magasin choisir pour avoir le tarif, livraison comprise, le plus économique possible pour les 6 m^3 nécessaires ?
   On calcule le coût pour 6 m^3 pour chaque magasin, sachant que 6 m^3 = 6 000 dm^3 = 6 000 L.

   - Magasin 1.
     $$\left.\begin{array}{l}\text{Prix du terreau : } 6\,000 \times 0,10\text{ €} = 600\text{ €} \\ \text{Prix de la livraison : } 20\text{ €}\end{array}\right\} \text{Prix total : } 600\text{ €} + 20\text{ €} = 620\text{ €}.$$
   - Magasin 2 sans carte de fidélité.
     $$\left.\begin{array}{l}\text{Prix du terreau : } \dfrac{6\,000}{20} \times 2,35\text{ €} = 705\text{ €} \\ \text{Prix de la livraison : offerte}\end{array}\right\} \text{Prix total : } 705\text{ €}.$$
     Magasin 2 avec carte de fidélité.
     $$\left.\begin{array}{l}\text{Prix du terreau : } \left(1 - \dfrac{20}{100}\right) \times \dfrac{6\,000}{20} \times 2,35\text{ €} = 564\text{ €} \\ \text{Prix de la livraison : offerte} \\ \text{Prix de la carte de fidélité : } 10\text{ €}\end{array}\right\} \text{Prix total : } 564\text{ €} + 10\text{ €} = 574\text{ €}.$$
   - Magasin 3.
     $$\left.\begin{array}{l}\text{Prix du terreau : } \dfrac{6\,000}{50} \times 5,37\text{ €} = 644,40\text{ €} \\ \text{Prix de la livraison : offerte}\end{array}\right\} \text{Prix total : } 644,40\text{ €}.$$

   Le magasin le plus économique est le magasin 2, en prenant la carte de fidélité.

Partie C : Plantation des fleurs

Dans la perspective d'offrir des bouquets de fleurs pour la fête de l'école, l'enseignante souhaite planter des graines dans le potager. Dans la classe il y a 26 élèves et chaque élève reçoit 20 graines à semer.
On a reporté ci-dessous ce que l'on peut lire sur le paquet de graines choisi.

Taux de germination des graines : 90 %
Prix du paquet de graines : 4,53 €.
Ce paquet contient 50 graines.
Période de semis : d'avril à juin.
Hauteur adulte : 50 cm.

On rappelle que le taux de germination d'un paquet de graines indique le pourcentage de graines qui devraient germer et donc produire une fleur.

1. Combien de fleurs un élève peut-il espérer voir pousser ?
   Un élève reçoit 20 graines, dont le taux de germination est de 90 %.
   Cela fait : $\frac{90}{100} \times 20$ graines $= 18$ graines.
   Chaque élève peut espérer voir pousser 18 graines.

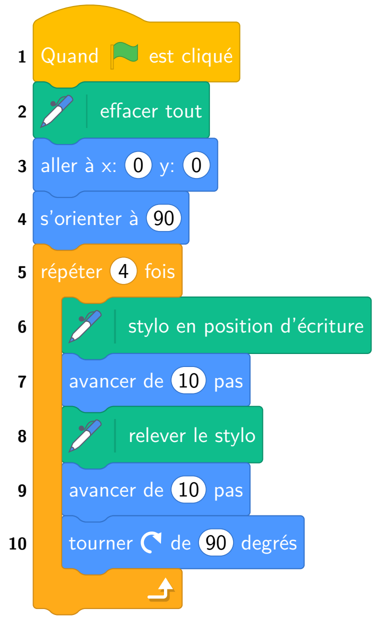
2. Quel sera le budget à prévoir pour l'achat des graines ?
   Pour les 26 élèves, il faut acheter 26×20 graines $= 520$ graines.
   Un paquet contenant 50 graines, il faut donc acheter 11 paquets (11×50 graines $= 550$ graines).
   Un paquet de graines coûte 4,53 €, ce qui fait un budget de $11 \times 4,53$ € $= 49,83$ €.
   Le budget à prévoir pour l'achat des graines est de 49,83 €.

3. En plus des graines, des bulbes de tulipes et de jonquilles sont plantés.
   (a) L'enseignante en plante sur un sixième du potager puis un peu plus loin sur un huitième de ce même potager.
   Un élève affirme que les bulbes représentent plus de 25 % du potager. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.
   $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8}{48} + \frac{6}{48} = \frac{14}{48} = \frac{7}{24}$. Or, $25\,\% = \frac{1}{4} = \frac{6}{24}$ qui est plus petit que $\frac{7}{24}$.
   Les bulbes représentent bien plus de 25 % du potager.

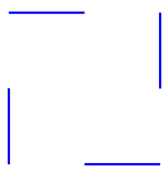
   (b) Elle met dans un panier 30 bulbes de jonquilles et des bulbes de tulipes.
   La proportion de bulbes de jonquilles dans le panier est de $\frac{5}{6}$.
   Calculer le nombre de bulbes de tulipes dans ce panier.
   Un proportion de jonquilles de $\frac{5}{6}$ signifie que, pour 5 bulbes jonquilles, on a 1 bulbe de tulipe.
   Par conséquent, si on a 30 bulbes jonquilles (donc 6 fois plus), alors on a 6 bulbes de tulipes.
   Il y a 6 bulbes de tulipes dans le panier.

EXERCICE 4

Voici un programme écrit avec le logiciel Scratch.



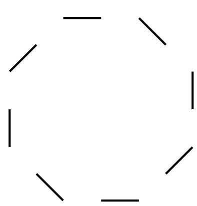
1. Représenter la figure obtenue lorsque le programme est exécuté. On prendra 1 mm pour 1 pixel (correspondant à 1 pas).
   On obtient la figure suivante :



2. Marie souhaite obtenir la figure ci-dessous où chaque tiret mesure 10 pixels et est séparé du précédent de 10 pixels. Quelle(s) modification(s) doit-elle apporter au programme ?

   Il y a 8 tirets, donc il faut 8 répétitions, et les tirets sont alignés, ce qui signifie qu'il n'y a pas de rotation.
   Par conséquent, en ligne 5, il fait « répéter 8 fois » et supprimer le ligne 10.

3. (a) Léo souhaite modifier le programme donné pour que l'on obtienne la figure ci-dessous.
   Quelle(s) modification(s) doit-il apporter au programme de départ ?



   Il y a 8 tirets, donc il faut 8 répétitions, et la rotation à droite est de 45°.
   En ligne 5, on remplace 4 par 8 et en ligne 10, il faut changer 90 en 45.

   (b) Quel type de transformation géométrique permet de passer d'un tiret à un autre ?
   On passe d'un tiret à l'autre par rotation de centre le centre de la figure et d'angle 45°.