Exercice 1 **(Antilles Guyane 2014)**

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année $2013+n$. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par : $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = 0,92u_n + 3$.
Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année $2013 + n$.

Partie a

1. (a) En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3}. À quoi correspond ce choix d'arrondi ?
   (b) Déterminer le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $0,92$. Préciser son premier terme.
3. Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir à 10^{-3}.
5. Déterminer la limite de la suite (u_n).
6. L'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

Partie b

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20
	Affecter à N la valeur 0
	Tant que ...
	| Affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$
	| Affecter à N la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ...

2. En quelle année l'opérateur fera-t-il des bénéfices pour la première fois ?

Exercice 2 **(Centres Étrangers 2014)**

Dans une ville, un nouveau lycée vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.
On modélise cette situation par une suite numérique (u_n) où u_n représente le nombre d'élèves inscrits au lycée pour l'année $2013 + n$, avec n entier naturel. On a donc $u_0 = 500$.

1. (a) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.
   (b) Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 300$.
3. On souhaite, pour un entier n donné, afficher tous les termes de la suite (u_n) du rang 0 au rang n. Lequel des trois algorithmes suivants permet d'obtenir le résultat souhaité ? Justifier.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables :	**Variables :**	**Variables :**
n, i entiers naturels,	n, i entiers naturels,	n, i entiers naturels,
u nombre réel	u nombre réel	u nombre réel
Début algorithme	**Début algorithme**	**Début algorithme**
Lire n	Lire n	Lire n
u prend la valeur 500	u prend la valeur 500	u prend la valeur 500
Pour i allant de 1 à n	Pour i allant de 1 à n	Pour i allant de 1 à n
Afficher u	Afficher u	u prend la valeur
		$0,7 \times u + 300$
u prend la valeur	u prend la valeur	Fin Pour
$0,7 \times u + 300$	$0,7 \times u + 300$	
Fin Pour	Fin Pour	Afficher u
	Afficher u	
Fin algorithme	**Fin algorithme**	**Fin algorithme**

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 1000$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
   (b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1000 - 500 \times 0,7^n$.
   (c) Déterminer la limite de la suite (u_n).
   (d) Interpréter le résultat précédent.
5. (a) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geqslant 990$.
   (b) Interpréter le résultat trouvé précédemment.