Exercice 1 **(Amérique du Nord 2014)**

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
Les trois parties peuvent être traitées indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.

Partie a

On considère deux types d'appartement :
- Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement T1 et T2 ;
- Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :
- 35 % des appartements loués sont de type T1 ou T2 ;
- 45 % des appartements loués de type T1 ou T2 sont rentables ;
- 30% des appartements loués, qui ne sont ni de type T1 ni de type T2, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les évènements suivants :
- T : « l'appartement est de type T1 ou T2 » ;
- R : « l'appartement loué est rentable » ;
- $\overline{T}$ est l'évènement contraire de T et $\overline{R}$ est l'évènement contraire de R.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à $0,3525$.
3. Calculer la probabilité que l'appartement soit de type T1 ou T2, sachant qu'il est rentable.

Partie b

On considère X la variable aléatoire égale au nombre d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de 100 appartements loués. On admet que toutes les conditions sont réunies pour assimiler X à une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 35$ et d'écart type $\sigma = 5$.
À l'aide de la calculatrice :

1. Calculer $P(25 \leqslant X \leqslant 35)$.
2. Calculer la probabilité qu'au moins 45 appartements parmi les 100 appartements loués soient rentables.

Partie c

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.

Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.
2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

Exercice 2 **(Amérique du Sud 2014)**

Les deux parties 1 et 2 sont indépendantes.
Les probabilités et les fréquences demandées seront données à $0,001$ près.

Dans un atelier de confiserie, une machine remplit des boîtes de berlingots après avoir mélangé différents arômes.

Partie 1

On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque boîte prélevée au hasard, associe sa masse (en gramme) est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 9$.

1. (a) À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit comprise entre 485 g et 515 g.
   (b) L'atelier proposera à la vente les boîtes dont la masse est comprise entre 485 g et 515 g. Déterminer le nombre moyen de boîtes qui seront proposées à la vente dans un échantillon de 500 boîtes prélevées au hasard.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit supérieure ou égale à 490 g.
3. (a) À l'aide de la calculatrice, déterminer à l'unité près l'entier m tel que $p(X \leqslant m) = 0,01$.
   (b) Interpréter ce résultat.

Partie 2

La machine est conçue pour que le mélange de berlingots comporte 25 % de berlingots parfumés à l'anis. On prélève 400 berlingots au hasard dans le mélange et on constate que 84 sont parfumés à l'anis.

1. Déterminer un intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des berlingots parfumés à l'anis dans un échantillon de 400 berlingots.
2. Calculer la fréquence f des berlingots parfumés à l'anis dans l'échantillon prélevé.
3. Déterminer si, au seuil de confiance de 95 %, la machine est correctement programmée.