Exercice 1 (Centres étrangers 2014)

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante. Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**.

- On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
 - AFFIRMATION 1 : Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.
 - AFFIRMATION 2 : Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.
- L'entreprise Printfactory a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages. Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production. Dans un échantillon de taille 1000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.

AFFIRMATION 3 : Le contrôleur valide la déclaration de l'entreprise.
- L'entreprise Printfactory souhaite connaître l'opinion de ses 10000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches. Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau 0,95 avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4%.

AFFIRMATION 4 : L'entreprise doit interroger au moins un quart de ses clients.

Exercice 2 (France Métropolitaine 2014)**Partie b :**

Dans cette partie les probabilités seront, si besoin, arrondies au millième.

Les boules de billard américain avec lesquelles Antoine s'entraîne sont dites de premier choix si leur diamètre est compris entre 56,75 mm et 57,25 mm ; sinon elles sont dites de second choix.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe son diamètre, en millimètres.

On suppose que D suit la loi normale d'espérance 57 et d'écart-type 0,11.

- Déterminer la probabilité p_1 que la boule prélevée ait un diamètre inférieur à 57 mm.

- Déterminer la probabilité p_2 que la boule prélevée soit une boule de premier choix.
- En déduire la probabilité p_3 que la boule prélevée soit une boule de second choix.

Partie c :

Le président de la fédération française de billard (FFB) souhaite estimer le niveau de satisfaction de ses 14000 licenciés quant à l'organisation des tournois.

Antoine estime que les 80 adhérents de son club constituent un échantillon représentatif des licenciés de la FFB. Il est chargé de faire une étude au sein de son club : les 80 adhérents ont répondu, et 66 ont déclaré qu'ils étaient satisfaits.

- Quelle est, sur cet échantillon, la fréquence observée f de personnes satisfaites de la FFB ?
- Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 de la proportion p de licenciés satisfaits de la FFB. Les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième.

Exercice 3 (Liban 2014)

Un fumeur est dit fumeur régulier s'il fume au moins une cigarette par jour. En 2010, en France, la proportion notée p de fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, était de 0,236. On a $p = 0,236$.

- La probabilité que, sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans choisis au hasard et de manière indépendante, aucun ne soit fumeur régulier est, à 10^{-3} près :

a. 0,236	b. 0	c. 0,068	d. 0,764
----------	------	----------	----------
- Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de la fréquence de fumeurs réguliers dans un échantillon de 500 jeunes âgés de 15 à 19 ans est :

a. [0,198 ; 0,274]	b. [0,134 ; 0,238]	c. [0,191 ; 0,281]	d. [0,192 ; 0,280]
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------
- La taille n de l'échantillon choisi afin que l'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 0,95 soit inférieure à 0,01, vaut :

a. $n = 200$	b. $n = 400$	c. $n = 21167$	d. $n = 27707$
--------------	--------------	----------------	----------------
- Dans un échantillon de 250 jeunes fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, 99 sont des filles. Au seuil de 95 %, un intervalle de confiance de la proportion de filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est :

a. [0,35 ; 0,45]	b. [0,33 ; 0,46]	c. [0,39 ; 0,40]	d. [0,30 ; 0,50]
------------------	------------------	------------------	------------------