Exercice 1 **(Nouvelle Calédonie 2013)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,10]$ par

$$f(x) = x^2 - 14x + 15 + 20\ln x$$

1. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1\,;\,10]$ on a :
$$f'(x) = \frac{2x^2 - 14x + 20}{x}$$
2. Construire en le justifiant le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,10]$.
3. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 3$ dans l'intervalle $[1\,;\,10]$.

Exercice 2 **(Polynésie Septembre 2013)**

Une entreprise qui produit du papier recyclé, a été créée en l'année 2000 et le tableau ci-dessous donne l'évolution de sa production.

Année	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012
Rang de l'année	0	2	4	6	8	10	12
Production en tonnes	7000	18811	36620	49000	58012	63098	68500

1. (a) Déterminer le pourcentage d'augmentation de la production entre les années 2000 et 2012. On donnera le résultat arrondi sous la forme $a\,\%$ où a est un nombre entier.
   (b) Déterminer un nombre réel positif qui est solution de l'équation : $x^{12} = 9,79$. Interpréter ce nombre en termes de taux d'évolution de la production de cette entreprise entre les années 2000 et 2012. On donnera le résultat arrondi sous la forme $b\,\%$ où b est un nombre entier.
2. L'entreprise fait appel à un cabinet d'experts pour modéliser l'évolution de la production de l'entreprise afin de faire une projection jusqu'en 2020. Le cabinet d'experts propose la fonction f définie sur l'intervalle $[2\,;\,20]$ par :
$$f(x) = 27131\ln x + 0,626x^3$$
où x représente le rang de l'année et $f(x)$ le nombre de tonnes produites.
   (a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[2\,;\,20]$. Déterminer $f'(x)$ puis les variations de la fonction f sur $[2\,;\,20]$.
   (b) À l'aide de cette modélisation, l'entreprise peut-elle dépasser une production de 90000 tonnes de papier recyclé avant l'année 2020 ? Justifier.
3. Une commande de bobines de papier de 2,20 m de large et pesant chacune environ 500 kg est faite à cette entreprise. Le poids d'une bobine varie en fonction de nombreux facteurs.
Soit X la variable aléatoire qui à toute bobine choisie au hasard dans cette commande associe son poids. On admet que X suit une loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 2$.
   (a) Toute bobine dont le poids est inférieur à 496 kg est refusée.
   Quelle est la probabilité qu'une bobine choisie au hasard dans cette commande soit refusée ? Donner une valeur arrondie du résultat à 10^{-4}.
   (b) L'entreprise perd de l'argent pour toute bobine dont le poids est supérieur à 506 kg. Quelle est la probabilité qu'une bobine choisie au hasard dans cette commande fasse perdre de l'argent à l'entreprise ? Donner une valeur arrondie du résultat à 10^{-4}.

Exercice 3 **(Amérique du Nord 2013)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Recopier pour chaque question la réponse exacte, on ne demande pas de justification. Chaque réponse exacte rapportera 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Pour tout réel a non nul, le nombre réel $\mathrm{e}^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :
   a. $-\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}}$ **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{a}}$ **d.** e^{a}
2. Pour tout réel a, le nombre réel $\mathrm{e}^{\frac{a}{2}}$ est égal à :
   a. $\sqrt{\mathrm{e}^{a}}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{2}$ **c.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{\mathrm{e}^{2}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\sqrt{a}}$
3. Pour tout réel $x > 0$, le nombre réel $\ln\left(-\dfrac{1}{x}\right)$ est égal à :
   a. $\ln(x)$ **b.** $-\ln(-x)$ **c.** $-\ln(x)$ **d.** $\dfrac{1}{\ln(-x)}$
4. On donne la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x\ln(x)$.
La dérivée de f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :
   a. $f'(x) = 1$ **b.** $f'(x) = \ln(x)$ **c.** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ **d.** $f'(x) = \ln(x) + 1$